**CHUYÊN ĐỀ : HÀM SỐ BẬC NHẤT, HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN SỐ**

**TIẾT 1,2. HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ**

**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ:**

1. **Khái niệm hàm số bậc nhất**

- Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức y = ax + b. Trong đó a, b là các số cho trước và a 0

1. **Tính chất**

Hàm số bậc nhất y = ax + b xác định với mọi giá trị của x thuộc R và có tính chất sau:

* Đồng biến trên R khi a > 0
* Nghịch biến trên R khi a < 0

1. **Đồ thị của hàm số y = ax + b (a 0)**

Đồ thị của hàm số y = ax + b (a 0) là một đường thẳng

* Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b
* Song song với đường thẳng y = ax, nếu b 0, trùng với đường thẳng y = ax, nếu b = 0

1. **Vị trí tương đối của hai đường thẳng**

Cho hai đường thẳng (d): y = ax + b (a 0) và (d’): y = a’x + b’ (a’0). Khi đó

+ 

+ 

+ 

+ 

1. **Hệ số góc của đường thẳng y = ax + b (a 0)**
   * + 1. Góc tạo bởi đường thẳng y = ax + b và trục Ox.

- Góc tạo bởi đường thẳng y = ax + b và trục Ox là góc tạo bởi tia Ax và tia AT, trong đó A là giao điểm của đường thẳng y = ax + b với trục Ox, T là điểm thuộc đường thẳng y = ax + b và có tung độ dương

* + - 1. Hệ số góc của đường thẳng y = ax + b

-Hệ số a trong y = ax + b được gọi là hệ số góc của đường thẳng y = ax +b

**6. Công thức tính toạ độ trung điểm của đoạn thẳng và độ dài đoạn thẳng**

Cho hai điểm phân biệt A với B với A(x1, y1) và B(x2, y2). Khi đó

* Độ dài đoạn thẳng AB được tính bởi công thức
* Tọa độ trung điểm M của AB được tính bởi công thức



#### B. CÁC DẠNG BÀI THƯỜNG

#### Dạng 1 Viết phương trình đường thẳng thỏa mãn điều kiện cho trước

***1. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A( xo;yo) và điểm B( x1;y1).***

**Phương pháp giải:**

Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là : y = ax + b (d) .

- Vì (d) đi qua điểm A( xo;yo). Ta có : y0 = axo + b (1) .

- Vì (d) đi qua điểm B( x1;y1). Ta có : y1 = ax1 + b (2) .

Từ (1) và (2) ta có hệ: 

Giải hệ phương trình tìm được a và b.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là y = .......

**\* Ví dụ**:

1. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A(1;2) và B(-3;-2).

# 2. Cho đường thẳng y= (m-2)x+n (m2) (d) Tìm các giá trị của m và n khi đường thẳng (d) đi qua 2 điểm A(-1;2) và B(3;-4).

3. Chứng minh rằng ba điểm A (2;3), B (1;-1); C (-1;-9) thẳng hàng.

# Giải:

1. Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là y = ax + b (d);

- Vì ( d) đi qua A(1;2) nên ta có : a + b = 2 (1)

- Vì ( d) đi qua B(-3;-2) nên ta có : -3a + b =- 2 (2)

Kết hợp (1) và (2) ta có hệ: 

Giải hệ phương trình ta được a = 1 và b = 1;

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là y = x + 1.

2. Vì (d) đi qua điểm A(-1;2) nên ta có : 2 = (m-2).(-1)+n

Vì (d) đi qua điểm B(3;-4) nên ta có - 4 = (m-2).3+n

Giải hệ phương trình: 

Giải hệ phương trình tìm được m = n =1/2.

Vậy phương trình đường thẳng (d) là y = -

3. Chứng minh rằng ba điểm A (2;3), B (1;-1); C (-1;-9) thẳng hàng.

Gọi phương trình đường thẳng AB là : y = ax + b ( d)

- vì (d) đi qua điểm A(2;3) nên ta có : 2a + b =3 (1)

- vì (d) đi qua điểm B(1;-1) nên ta có : a + b =-1 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: 

=> Phương trình đường thẳng AB có dạng là y = f(x) = 4x - 5.

Xét khi x = -1. Ta có f (-1) = 4.(-1) -5= -9 = yC.

Vậy toạ độ của C thoả mãn phương trình đường thẳng AB.

Vậy ba điểm A, B, C thẳng hàng.

**\* BÀI TẬP ÁP DỤNG**

**Bài 1** : Tìm a và b để đồ thị hàm số y = ax + b ( d) đi qua hai điểm :

A ( -1;-3) và B(2;5).

**Bài 2** : Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M (1;3) và N (2;4).

**Bài 3**: Tìm m để đồ thị hàm số y = mx + m2 - 2m đi qua điểm E(1;2).

1. **Viết phương trình đường thẳng *đi qua A(xA;yA) và song song với đường thẳng***

***y = mx + n (m≠0) (d).***

**Phương pháp giải:**

Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là : y = ax + b (d').

- Vì (d') // (d) => a = m do đó phương trình đường thẳng cần tìm là y=mx +b .

Vì đường thẳng đi qua điểm A(xA;yA) nên ta có : yA = mxA + b

=> b = yA - mxA.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là : y= mx+(yA-mxA).

**Ví dụ:** Viết phương trình đường thẳng đi qua A (1;7) và song song với đường thẳng y = 3x - 2 (d)

#### Giải

Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là : y = ax + b ( d')

- Vì (d') // (d) => a=3;

Do đó phương trình đường thẳng (d') có dạng y = 3x + b.

Vì (d') đi qua điểm A ( 1;7) nên ta có 7= 3.1 + b => b = 7 - 3 => b=4

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là y = 3x+ 4

**\* BÀI TẬP ÁP DỤNG**

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A(1;3) và song song với đường thẳng:

a) y =-2x+3

b) y =3x-4

c) y = mx+ 3m + 1 ( m là hằng số)

d) x-2y = 3.

**3. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A (xA;yA), và vuông góc với đường thẳng y = mx + n ( d).**

# Phương pháp giải

Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là y = ax + b (d')

Vì (d') (d) => a.m = -1 => a= -1/m. Do đó phương trình đường thẳng (d') là:

y = 

- Vì (d') đi qua điểm A (xA; yA). Ta có yA  =  => b =yA+ 

Vậy phương trình đường thẳng (d') cần tìm là y = 

**\* Ví dụ:** Viết phương trình đường thẳng đi qua A(1;1) và vuông góc với đường thẳng y = (d)

# Giải

Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là y = ax + b (d')

Vì (d') (d) => a. = -1 => a= 2. Do đó phương trình đường thẳng (d') có dạng : y = 2x + b.

- Vì (d') đi qua điểm A (1;1) nên ta có 1 = 2.1+ b => b= -1

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là y = 2x - 1

# BÀI TẬP ÁP DỤNG

**Bài 1:** Viết phương trình đường thẳng qua điểm A( 2;3) và vuông góc với đường thẳng:

a) y = 2x -1

b) 3x + 5y = 8

**Bài 2** : Tìm m để đồ thị hàm số y = (m - 2)x + 3 vuông góc với đường thẳng có phương trình là: x-2y = 3

### 3. Dạng 2 -Tìm toạ độ giao điểm của 2 đường thẳng :

y = ax + b (d)

và y = a'x + b' (d')

**Phương pháp :**

**Cách 1** : ( áp dụng cho các đường thẳng cho bởi dạng ax +by=c)

Gọi toạ độ giao điểm của hai đường thẳng (d ) và (d') là A(xA;yA); nên ta có xA;yA là nghiệm của hệ phương trình sau :



Vậy toạ độ giao điểm của (d) và (d') là A(xA;yA)

**Cách 2 :**

Gọi điểm A (xA;yA) là giao điểm của hai đường thẳng (d) và (d').

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (d') là : axA + b = a'xA+ b'

<=> xA =

Thay giá trị tìm được của xA vào phương trình của (d) hoặc (d') để tìm ra giá trị tương ứng của yA .

Vậy toạ độ giao điểm của (d) và (d') là: A(xA;yA)

**Ví dụ :T**ìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng:

y = 2x + 3 ( d) và y = x+ 5 ( d');

Giải

Gọi giao điểm của (d) và (d') là A(x;y). .   
 Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và (d') là:

2x + 3 = x + 5 <=> x= 2

Thay x = 2 vào phương trình của đường thẳng (d) ta có : y = 2.2 +3 <=> y=7.

Vậy toạ độ giao điểm của (d) và (d') là A( 2; 7 )

**BÀI TẬP ÁP DỤNG:**

### Bài 1

Tìm toạ giao điểm của các đường thẳng:

a) y = x+3 và y = -2x+1

b) y = -x + 5 và y = 

c) 2x+3y=5 và y=-x+1.

### Bài 2

Cho hai đường thẳng 2x-3y=8 và 5x+4y=-3

a) Xác định toạ độ giao điểm của hai đường thẳng đó.

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng trên và:

b1) Song song với đường thẳng : y = 2x-1.

b2) Vuông góc với đường thẳng: y = -2x+5.

### Bài 3 *(dành cho học sinh giỏi)*

Tìm giá trị của m để ba đường thẳng sau đây đồng qui trên mặt phẳng toạ độ:

y = 2x - 5; y = x + 2 và y= mx - 12.

**Dạng 3: Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số y= ax + b (a0) luôn luôn đi qua với mọi giá trị của tham số m (a, b chứa tham số m).**

**Phương pháp giải:**

Gọi điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua là : M(x0;y0).

- Do đồ thị hàm số luôn đi qua điểm M (x0;y0) với mọi giá trị của m. Nên phương trình y0 = ax0+ b (1) phải nghiệm đúng với mọi giá trị của m.

- Từ phương trình (1) chuyển về phương trình đối với ẩn là m. Từ đó tìm ra được x0 và y0.

Vậy điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua là M (x0 ;y0).

**Ví dụ:**

Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số : y = (2m+1)x - 3m + 2 luôn luôn đi qua với mọi giá trị của m.

**Giải:**

Gọi điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn luôn đi qua với mọi giá trị của m là : A(xA;yA).

- Do đồ thị hàm số luôn đi qua điểm A(xA;yA) với mọi giá trị của m. Nên phương trình yA = (2m+1)xA- 3m + 2 nghiệm đúng với mọi giá trị của m.

<=> yA=2mxA- 3m + 2 + xA

<=> (2 xA-3)m + xA - yA+ 2 = 0 (\*)

Để phương trình (\*) có nghiệm đúng với mọi giá trị của m. Thì :



Vậy điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua là: A();

**\* BÀI TẬP ÁP DỤNG:**

**Bài 1:**

Chứng minh rằng: Khi m thay đổi, các đường thẳng sau luôn luôn đi qua một điểm cố định . Tìm toạ độ điểm cố định đó:

a) (m+1)x - 2y = 1

b) y = (m-1)x + 3m - 2

c ) 2x+my =1.

### Bài 2:

Xét các đường thẳng có phương trình: (m+2)x+ (m-3)y-m+8=0.

Chứng minh rằng với mọi giá trị của m các đường thẳng đó luôn luôn đi qua điểm A(-1;2).

**C. MỘT SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN:**

***Dạng Vẽ đồ thị hàm số. Tìm tọa độ giao điểm. Tính toán trên hình vẽ.***

**Bài 1.**

a) Vẽ đồ thị của hai hàm số y = x + 1 và y = - x + 3 trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b ) Hai đường thẳng y = x + 1 và y = - x + 3 cắt nhau tại C và cắt trục Ox theo thứ tự tại A và B Tìm tọa độ các điểm A, B, C.

c ) Tính chu vi và diện tích tam giác ABC. (đơn vị trên các trục tọa độ là cm).

**Bài 2.**

1. **Vẽ** đồ thị hai hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ : y = 0,5x + 2 và y = 5 – 2x.
2. Hai đường thẳng trên cắt nhau tại C và cắt trục Ox theo thứ tự tại A và B. Tìm tọa độ các điểm A, B, C.
3. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC, và BC.
4. Tính góc tạo bởi đường thẳng y = 0,5x + 2 với trục Ox.

***Dạng Tìm công thức hàm số. phương trình đường thẳng.***

**Bài 1.**Biết đồ thị của hàm số là đường thẳng đi qua gốc tọa độ, hãy xác định hàm số trong mỗi trường hợp sau :

1. Đi qua điểm A(3 ; 2)
2. Song song với đường thẳng y = 3x + 1.

**Bài 2.** Hãy xác định hàm số y = ax + b biết :

1. Đồ thị hàm số song song với đường thẳng y = 2x và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ -3
2. Đồ thị hàm số song song với đường thẳng y = -3x và cắt trục tung tại điểm có tung độ = 2.
3. Đồ thị hàm số song song với đường thẳng y = x – 3 và cắt đường thẳng y = -2x +1 tại điểm có hoành độ bằng 1
4. Đồ thị hàm số song song với đường thẳng y = 2 – 3x và cắt đường thẳng y = x +1 tại điểm có tung độ bằng 2.
5. Đồ thị hàm số song song với đường thẳng y = 2x – 3 và đi qua điểm A(1 ; 1).
6. Đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng y = 3x +1 và đi qua điểm M(1 ; 2).
7. Đồ thị hàm số đi qua hai điểm P(2 ; 1) và Q(-1 ; 4).

***Dạng Tìm giá trị của tham số thỏa mãn điều kiện cho trước.***

**Bài 1.** Cho hàm số y = (2m – 2)x + n. Tìm điều kiện của m và n để :

1. Hàm số là hàm số bậc nhất.
2. Hàm số đồng biến.
3. Hàm số nghịch biến.
4. Đồ thị hàm số song song với đường thẳng y = 2x – 1 .
5. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng y = - 3x + 2.
6. Đồ thị hàm số trùng đường thẳng y = 3x – 2.
7. Đồ thị hàm số đi qua hai điểm A(1 ; 2) và B(3 ; 4) .
8. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng .

**Bài 2**. Cho ba đường thẳng sau . Tìm giá trị của k để ba đường thẳng đồng quy tại một điểm.

**Bài 3**. Cho hàm số  (d).

1. Tìm k để (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng .
2. Tìm k để (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.
3. Chứng minh rằng, với mọi giá trị , các đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định. hãy xác định tọa độ điểm cố định đó.

***Dạng Toán tổng hợp.***

**Bài 1**: Cho hàm số: y = (m + 4)x - m + 6 (d).

1. Tìm các giá trị của m để hàm số đồng biến, nghịch biến.
2. Tìm các giá trị của m, biết rằng đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1; 2). Vẽ đồ thị của hàm số với giá trị tìm được của m.
3. Chứng minh rằng khi m thay đổi thì các đường thẳng (d) luôn luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 2.**

1. Vẽ đồ thị các hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ :

y = 2x (1) ; y = 0,5x (2) và y = –x + 6 (3).

1. Giao điểm của đường thẳng (3) cắt đường thẳng (1) và (2) theo thứ tự tại A và B. Tìm tọa độ các điểm A, B.
2. Tính khoảng cách AB.
3. Tính các góc của tam giác OAB.

**Bài 3.** Cho hàm số  có đồ thị là (d1) và hàm số  có đồ thị là (d2).

1. Vẽ đồ thị (d1) và (d2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
2. Tìm m để đường thẳng y = (2m – 3)x + 3m – 2 cắt (d2) tại điểm có hoành độ bằng 1.
3. Xác định đường thẳng (d3): y = ax + b biết (d3) // (d1) và cắt (d2) tại điểm có hoành độ = 2

**Bài 4.** Cho (d1) : y = 2x – 1 và (d2) : y = x – 2 .

1. Vẽ đồ thị (d1) và (d2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
2. Xác định tọa độ giao điểm A của (d1) và (d2) bằng phép tính.
3. Tính góc tạo bởi (d1) và (d2) với trục Ox. (làm tròn đến phút)
4. Viết phương trình đường thẳng (d3) biết (d3) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4/3 và (d1), (d2), (d3) đồng quy.

**Bài 5:** Cho hàm số: y = 2x + 2 (d1) (d2).

1. Vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.
2. Gọi giao điểm của đường thẳng (d1) với trục Oy là A, giao điểm của đường thẳng (d2) với trục Ox là B, còn giao điểm của đường thẳng (d1) và (d2) là C. Tam giác ABC là tam giác gì? Tìm tọa độ các điểm A, B, C.
3. Tính diện tích tam giác ABC.

**Tiết 3,4 HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN SỐ**

**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ:**

* 1. **Phương trình bậc nhất hai ẩn**

Phương trình bậc nhất hai ẩn: ax + by = c với a, b, c  R (a hoặc b  0)

* 1. **Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn**
* Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:  trong đó a, b, c, a’, b’, c’  R
* Minh họa tập nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Gọi (d): ax + by = c, (d’): a’x + b’y = c’, khi đó ta có

* + (d) // (d’) thì hệ vô nghiệm
  + (d) (d’) =  thì hệ có nghiệm duy nhất
  + (d)  (d’) thì hệ có vô số nghiệm
  1. **Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế**
  2. **Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số**

**Ví dụ:** Giải hệ phương trình:

a) 

b) 

c)  Đk: x-1; y1

+/ Đặt . Hệ đó cho trở thành 

+/ Ta trở lại :  (T /m) Vậy

**d)** 

Vậy hệ có nghiệm duy nhất (-2; 2)

Bài 2: Xác định các giá trị của m để hệ phương trình  có nghiệm (x; y) thỏa mãn điều kiện x + y > 1.



Mà x + y > 1 suy ra m + m + 1 > 1 2m > 0 m > 0.

Vậy với m > 0 thì hpt có nghiệm (x; y) thỏa mãn điều kiện x + y > 1.

**B. MỘT SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1. Giải các hệ phương trình**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a. | b. | c. |
| d. | e. | f. |
| g. | h. | i. |

**Bài 2. Giải các hệ phương trình**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a. | b. | c. |

**Bài 3**. Cho hệ phương trình



1. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình vô nghiệm
2. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình có vô số nghiệm? Khi đó hãy tìm dạng tổng quát nghiệm của hệ phương trình
3. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất

**Bài 4.** Với giá trị nào của m thì hệ phương trình 

Có nghiệm thỏa mãn điều kiện . Khi đó hãy tìm các giá trị của x và y.

**Bài 5**. Cho ba đường thẳng (d1): y = 2x - 5 (d2): y = 1 (d3): y = (2m - 3)x -1

Tìm các giá trị của m để ba đường thẳng đồng quy  
**Bài 6**. Cho hệ phương trình 

Tìm các giá trị của a để hệ phương trình đã cho có nghiệm thỏa mãn điều kiện x > 0, y < 0

**TIẾT 5-8 CHỦ ĐỀ: PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN SỐ**

**I. Kiến thức cơ bản cần nhớ**

Xét phương trình bậc hai ẩn x: ax2 + bx + c = 0

(a, b, c ∈ R, a ≠ 0)

**1. Công thức nghiệm của phương trình bậc hai**

Với biểu thức ∆ = b2 – 4ac

+ Trường hợp 1: Nếu ∆ < 0 thì phương trình vô nghiệm

+ Trường hợp 2: Nếu ∆ = 0 thì phương trình có nghiệm kép

x1 = x2 =

+ Trường hợp 3: Nếu ∆ > 0 thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

x1, 2 =

**2. Công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai**

Khi *b* = 2. Xét biểu thức

+ Trường hợp 1: Nếu < 0 thì phương trình vô nghiệm

+ Trường hợp 2: Nếu = 0 thì phương trình có nghiệm kép

x1 = x2 =

+ Trường hợp 3: Nếu > 0 thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

x1, 2 =

**3. Phương trình quy về phương trình bậc 2**

+ Phương trình trùng phương

+ Phương trình chứa ẩn ở mẫu

+ Phương trình đưa về dạng tích

**II. Bài tập và các dạng toán.**

**\* Dạng 1:** **Không dùng công thức nghiệm, giải phương trình bậc 2 một ẩn cho trước.**

Phương pháp giải: Ta có thể dùng phương pháp sau:

Cách 1: Đưa phương trình đã cho về dạng tích.

Cách 2: Đưa phương trình đã cho về phương trình mà vế trái là 1 bình phương còn vế phải là 1 hằng số.

**Bài 1: Giải các phương trình sau:**

a) 3x2 - 6x = 0 c) 3x2 - 9 = 0

b) x2 - 5x + 6 = 0 d)

**Bài 2: Giải các phương trình sau:**

a) x2 - 3x = 0 c)

b) x2 - 6x + 5 = 0 d) 5x2 - 10 = 0

**\* Dạng 2:** **Giải phương trình bậc 2 bằng cách sử dụng công thức nghiệm**

Phương pháp giải: sử dụng công thức nghiệm của phương trình bậc 2 để giải

**Bài 1: Giải các phương trình sau:**

a) x2 - 6x + 8 = 0 c) 3x2 - 2x + 1 = 0

b) 6x2 + x + 5 = 0 d) x2 - (1 - )x - 1 = 0

**Bài 2: Giải các phương trình sau:**

a) 3x2 + 6x + 5 = 0 c) 2x2 - 2x + 1 = 0

b) 9x2 - 12x + 4 = 0 d) x2 - (2 + )x + 2 = 0

**\* Dạng 3: Phương trình quy về phương trình bậc hai**

**+ Dạng 3.1: Giải phương trình trùng phương**

Phương pháp giải: Xét phương trình trùng phương: ax4 + bx2 + c = 0 (a ≠ 0)

Bước 1: Đặt t = x2 (t ≥ 0) ta được phương trình bậc hai:

at2 + bt + c = 0

Bước 2: Giải phương trình bậc hai ẩn t, từ đó ta tìm được nghiệm của phương trình trùng phương đã cho

**Bài tập: Giải các phương trình sau:**

a) x4 – 8x2 – 9 = 0 c) 6x4 – 7x2 + 1 = 0

b) x4 +5x2 – 6 = 0 d) x4 – 7x2 – 144 = 0

**+ Dạng 3.2: PT chứa ẩn ở mẫu**

Phương pháp giải: Bước 1: Tìm điều kiện xác định của ẩn của PT

Bước 2: Quy đồng mẫu thức 2 vế rồi khử mẫu

Bước 3: Giải PT vừa nhận được ở bước 2

Bước 4: So sánh các nghiệm tìm được ở bước 3 với điều kiện

xác định và kết luận

**Bài tập: Giải các PT sau:**

a) c)

b) d)

**+ Dạng 3.3. PT đưa về dạng tích**

Phương pháp giải: Bước 1: Phân tích vế trái thành nhân tử, vế phải bằng 0

Bước 2: Xét từng nhân tử bằng 0 để tìm nghiệm

**Bài tập: Giải các PT sau:**

a) 3x2 + 6x2 - 4x = 0 d) (x2 + x +1)2 = (4x – 1)2

b) x3 +3x2 -2x - 6 = 0 e) (x2 + 3x +2)2 = 6(x2 +3x +2)

c) (2x2 +3)2 -10x3 -15x = 0

**+ Dạng 3.4: Giải bằng phương pháp đặt ẩn phụ**

Phương pháp giải: Bước 1: Đặt điều kiện xác định (nếu có)

Bước 2: Đặt ẩn phụ và giải PT theo ẩn mới

Bước 3: Tìm nghiệm ban đầu và so sánh với điều kiện xác định

ở bước 1 để kết luận nghiệm

**Bài tập: Giải các PT sau:**

a) (4x - 5)2 - 6(4x-5) + 8 = 0 c) (2x2 +x -2)2 +10x2 +5x -16 = 0

b) (x2 +3x -1)2 +2(x2 +3x -1) - 8 = 0 d) (x2 -3x +4) (x2 -3x +2) = 3

**+ Dạng 3.5: PT chứa biểu thức trong dấu căn**

Phương pháp giải: Làm mất dấu căn bằng cách đặt ẩn phụ hoặc lũy thừa 2 vế.

Lưu ý:

A = B2

**Bài tập: Giải các PT sau:**

a) = x - 3 c) + =

b) = 3 - x

**\* Dạng 4: Xác định số nghiệm của PT bậc 2**

Phương pháp giải: Xét PT bậc 2: ax2 + bx + c = 0

1) PT có nghiệm kép

2) PT có 2 nghiệm phân biệt

3) PT có đúng 1 nghiệm

4) PT vô nghiệm

**Bài 1**: Với giá trị nào của m thì các PT sau có các nghiệm kép

a) x2 – 7x – m – 3 = 0 b) (m + 5)x2 + x – 1 = 0

**Bài 2:** Với giá trị nào của m thì các PT sau vô nghiệm

a) x2 – 11x – m – 9 = 0 b) (m + 2)x2 + 2x + m = 0

**Bài 3:** Với giá trị nào của m thì các PT sau có 2 nghiệm phân biệt

a) x2 + x + m - 2 = 0 b) (m + 1)x2 + x + 1 = 0

**Bài 4:** Cho PT: mx2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0 (m là tham số)

**1) Tìm giá trị của m để PT:**

a) Có nghiệm

b) Có nghiệm kép

c) Có đúng 1 nghiệm

d) Có 2 nghiệm phân biệt

e) Vô nghiệm

**2) Giải và biện luận phương trình**

**Tiết 9;10** **CHUYÊN ĐỀ 5: HỆ THỨC VI-ÉT**

Cho phương trình bậc hai: ax2 + bx + c = 0(a≠0)(\*)

Có hai nghiệm  ; 

Suy ra: 



Vậy đặt : - Tổng nghiệm là S : S = 

- Tích nghiệm là P : P = 

**I. NHẨM NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH :**

***1. Dạng đặc biệt:***

Xét phương trình (\*) ta thấy :

a) Nếu cho *x* = 1 thì ta có (\*) ⬄ a.12 + b.1 + c = 0 ⬄ a + b + c = 0

Như vây phương trình có một nghiệm  và nghiệm còn lại là 

b) Nếu cho *x* = 1 thì ta có (\*) ⬄ a.(1)2 + b(1) + c = 0 ⬄ a  b + c = 0

Như vậy phương trình có một nghiệm là  và nghiệm còn lại là 

**Bài tập áp dụng:** Hãy tìm nhanh nghiệm của các phương trình sau:

1.  2. 

3.  4. 

***2. Cho phương trình , có một hệ số chưa biết, cho trước một nghiệm*** ***tìm nghiệm còn lại và chỉ ra hệ số của phương trình :***

*Vídụ:* a) Phương trình . Có một nghiệm bằng 2, tìm *p* và nghiệm thứ hai.

b) Phương trình  có một nghiệm bằng 5, tìm *q* và nghiệm thứ hai.

c) Cho phương trình : , biết hiệu 2 nghiệm bằng 11. Tìm *q* và hai nghiệm của phương trình.

d) Tìm *q* và hai nghiệm của phương trình : , biết phương trình có 2 nghiệm và có một nghiệm bằng 2 lần nghiệm kia.

**Bài giải:**

a) Thay  v à phương trình ban đ ầu ta đ ư ợc :



T ừ  suy ra 

b) Thay  v à phương trình ban đ ầu ta đ ư ợc



T ừ  suy ra 

c) Vì vai trò của *x*1 và *x*2 bình đẳng nên theo đề bài giả sử  và theo VI-ÉT ta có , ta giải hệ sau: 

Suy ra 

d) Vì vai trò của *x*1 và *x*2 bình đẳng nên theo đề bài giả sử  và theo VI-ÉT ta có . Suy ra



Với  th ì 

Với  th ì 

**II. LẬP PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

***1. Lập phương trình bậc hai khi biết hai nghiệm ***

*Ví dụ :* Cho ***;***  lập một phương trình bậc hai chứa hai nghiệm trên

Theo hệ thức VI-ÉT ta có  vậy ******là nghiệm của phương trình có dạng:



***Bài tập áp dụng:***

1. x1 = 8 vµ x2 = -3

2. x1 = 3a vµ x2 = a

3. x1 = 36 vµ x2 = -104

4. x1 =  vµ x2 = 

***2. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm thoả mãn biểu thức chứa hai nghiệm của một phương trình cho trước:***

*V í dụ:* Cho phương trình :  có 2 nghiệm phân biệt . Không giải phương trình trên, hãy lập phương trình bậc 2 có ẩn là *y* thoả mãn :  và 

Theo h ệ th ức VI- ÉT ta c ó:





Vậy phương trình cần lập có dạng: 

hay 

***Bài tập áp dụng:***

1/ Cho phương trình  có 2 nghiệm phân biệt . Không giải phương trình, Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm  và 

(Đáp số:  hay )

2/ Cho phương trình :  có 2 nghiệm . Hãy lập phương trình bậc 2 có ẩn y thoả mãn  và  (có nghiệm là luỹ thừa bậc 4 của các nghiệm của phương trình đã cho).

(Đáp số : )

3/ Cho phương trình bậc hai:  có các nghiệm . Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm  sao cho :

a)  và  b)  và 

(Đáp số a)  b)  )

**III. TÌM HAI SỐ BIẾT TỔNG VÀ TÍCH CỦA CHÚNG**

Nếu hai số có Tổng bằng S và Tích bằng P thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình :

 (điều kiện để có hai số đó là S2  4P ≥ 0 )

*Ví dụ :* Tìm hai số a, b biết tổng S = a + b = 3 và tích P = ab = 4

Vì a + b = 3 và ab = 4 n ên a, b là nghiệm của phương trình : 

giải phương trình trên ta được  và 

Vậy nếu a = 1 thì b = 4

nếu a = 4 thì b = 1

***Bài tập áp dụng:*** Tìm 2 số a và b biết Tổng S và Tích P

1. S = 3 và P = 2

2. S = 3 và P = 6

3. S = 9 và P = 20

4. S = 2x và P = x2  y2

***Bài tập nâng cao***: Tìm 2 số a và b biết

1. a + b = 9 và a2 + b2 = 41

2. a b = 5 và ab = 36

3. a2 + b2 = 61 v à ab = 30

*Hướng dẫn:* 1) Theo đề bài đã biết tổng của hai số a và b , vậy để áp dụng hệ thức VI- ÉT thì cần tìm tích của a v à b.

T ừ 

Suy ra : a, b là nghiệm của phương trình có dạng : 

Vậy: Nếu a = 4 thì b = 5

nếu a = 5 thì b = 4

2) Đã biết tích: ab = 36 do đó cần tìm tổng : a + b

*Cách 1*: Đ ặt c = b ta có : a + c = 5 và a.c = 36

Suy ra a,c là nghiệm của phương trình : 

Do đó nếu a = 4 thì c = 9 nên b = 9

nếu a = 9 thì c = 4 nên b = 4

*Cách 2:* Từ 



\*) Với  và *ab* = 36, nên a, b là nghiệm của phương trình : 

Vậy a = thì b = 

\*) Với  và *ab* = 36, nên a, b là nghiệm của phương trình : 

Vậy a = 9 thì b = 4

3) Đã biết ab = 30, do đó cần tìm a + b:

T ừ: a2 + b2 = 61 

\*) Nếu  và ab = 30 thì a, b là hai nghiệm của phương trình: 

Vậy nếu a = thì b =  ; nếu a = thì b = 

\*) Nếu  và ab = 30 thì a, b là hai nghiệm của phương trình : 

Vậy nếu a = 5 thì b = 6 ; nếu a = 6 thì b = 5.

**IV. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA CÁC BIỂU THỨC CHỨA NGHIỆM**

Đối các bài toán dạng này điều quan trọng nhất là phải biết biến đổi biểu thức nghiệm đã cho về biểu thức có chứa tổng nghiệm S và tích nghiệm P để áp dụng hệ thức VI-ÉT rổi tính giá trị của biểu thức

***1. Biến đổi biểu thức để làm xuất hiện : () và ***

Ví dụ 1 a) 

b) 

c) 

d) 

Ví dụ 2 

Ta biết 

Từ các biểu thức đã biến đổi trên hãy biến đổi các biểu thức sau:

1.  ( =…….)

2.  ( =  =……. )

3.  ( =  =…… )

4.  ( = = ……..)

Bài tập áp dụng

5.  6.  7.  8. 

***2. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức chứa*** ***nghiệm***

a) Cho phương trình :  Không giải phương trình, hãy tính

1.  (34) 2.  

3.   4.  (46)

b) Cho phương trình :  Không giải phương trình, hãy tính:

1.   2.  

c) Cho phương trình :  Không giải phương trình, hãy tính:

1.   2.  (138)

d) Cho phương trình :  Không giải phương trình, hãy tính:

1.  (3) 2.  (1)

3.  (1) 4.  

e) Cho phương trình  có 2 nghiệm *x1 ; x2*, không giải phương trình, tính



HD: 

**V. TÌM HỆ THỨC LIÊN HỆ GIỮA HAI NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH SAO CHO HAI NGHIỆM NÀY KHÔNG PHỤ THUỘC (HAY ĐỘC LẬP) VỚI THAM SỐ**

Để làm các bài toán loại này, ta làm lần lượt theo các bước sau:

- Đặt điều kiện cho tham số để phương trình đã cho có hai nghiệm *x*1 và *x*2 (thường là a ≠ 0 và Δ ≥ 0)

- Áp dụng hệ thức VI-ÉT viết S = *x*1 + *x*2  v à P = *x*1 *x*2  theo tham số

- Dùng quy tắc cộng hoặc thế để tính tham số theo *x*1 và *x*2 . Từ đó đưa ra hệ thức liên hệ giữa các nghiệm *x*1 và *x*2.

Ví dụ 1: Cho phương trình :  có 2 nghiệm . Lập hệ thức liên hệ giữa  sao cho chúng không phụ thuộc vào *m*.

Để phương trình trên có 2 nghiệm *x*1 và *x*2 th ì :



Theo hệ th ức VI- ÉT ta có :



Rút *m* từ (1) ta có :

 (3)

Rút *m* từ (2) ta có :

 (4)

Đồng nhất các vế của (3) và (4) ta có:



Ví dụ 2: Gọi  là nghiệm của phương trình : . Chứng minh rằng biểu thức  không phụ thuộc giá trị của *m*.

Để phương trình trên có 2 nghiệm *x*1 và *x*2 th ì :



Theo hệ thức VI- ÉT ta c ó :

 thay v ào A ta c ó:



Vậy A = 0 với mọi  và . Do đó biểu thức A không phụ thuộc vào *m*

**Nhận xét:**

- Lưu ý điều kiện cho tham số để phương trình đã cho có 2 nghiệm

- Sau đó dựa vào hệ thức VI-ÉT rút tham số theo tổng nghiệm, theo tích nghiệm sau đó đồng nhất các vế ta sẽ được một biểu thức chứa nghiệm không phụ thuộc vào tham số.

***Bài tập áp dụng:***

1. Cho phương trình :  có 2 nghiệm . Hãy lập hệ thức liên hệ giữa  sao cho  độc lập đối với *m*.

*Hướng dẫn:* Dễ thấy 

do đó phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt *x*1 và *x*2

Theo hệ thức VI- ÉT ta có



Từ (1) và (2) ta có:



2. Cho phương trình : .

Tìm hệ thức liên hệ giữa  và  sao cho chúng không phụ thuộc vào *m.*

*Hướng dẫn:* Dễ thấy  do đó phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt *x*1 và *x*2

Theo hệ thức VI- ÉT ta có



Từ (1) và (2) ta có:



**VI.TÌM GIÁ TRỊ THAM SỐ CỦA PHƯƠNG TRÌNH THOẢ MÃN BIỂU THỨC CHỨA** **NGHIỆM ĐÃ CHO**

Đối với các bài toán dạng này, ta làm như sau:

- Đặt điều kiện cho tham số để phương trình đã cho có hai nghiệm *x*1 và *x*2 (thường là a ≠ 0 và Δ ≥ 0)

- Từ biểu thức nghiệm đã cho, áp dụng hệ thức VI-ÉT để giải phương trình (có ẩn là tham số).

- Đối chiếu với điều kiện xác định của tham số để xác định giá trị cần tìm.

*Ví dụ 1:* Cho phương trình : 

Tìm giá trị của tham số *m* để 2 nghiệm và  thoả mãn hệ thức : 

Bài giải: Điều kiện để phương trình c ó 2 nghiệm *x*1 và *x*2 l à :

Theo h ệ th ức VI- ÉT ta c ó:  v à t ừ gi ả thi ết: . Suy ra:



(thoả mãn điều kiện xác định )

Vậy với m = 7 thì phương trình đã cho có 2 nghiệm  và  thoả mãn hệ thức : 

*Ví dụ 2:* Cho phương trình : .

Tìm *m* để 2 nghiệm  và  thoả mãn hệ thức : 

Bài giải: Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm  là :







Theo hệ thức VI-ÉT ta có:  và từ giả thiết . Suy ra



Vậy với m = 2 thì phương trình có 2 nghiệm  và  thoả mãn hệ thức : 

**Bài tập áp dụng**

1. Cho phương trình : 

Tìm *m* để 2 nghiệm  và  thoả mãn hệ thức : 

2. Cho phương trình : 

Tìm *m* để 2 nghiệm  và  thoả mãn hệ thức: 

3. Cho phương trình : .

Tìm *m* để 2 nghiệm  và  thoả mãn hệ thức : 

**Hướng dẫn cách giải:**

Đối với các bài tập dạng này ta thấy có một điều khác biệt so với bài tập ở Ví dụ 1 và ví dụ 2 ở chỗ

+ Trong ví dụ thì biểu thức nghiệm đã chứa sẵn tổng nghiệm  và tích nghiệm nên ta có thể vận dụng trực tiếp hệ thức VI-ÉT để tìm tham số *m*.

+ Còn trong 3 bài tập trên thì các biểu thức nghiệm lại không cho sẵn như vậy, do đó vấn đề đặt ra ở đây là làm thế nào để từ biểu thức đã cho biến đổi về biểu thức có chứa tổng nghiệm  và tích nghiệm rồi từ đó vận dụng tương tự cách làm đã trình bày ở Ví dụ 1 và ví dụ 2.

BT1: - ĐKX Đ: 

-Theo VI-ÉT: 

- Từ  Suy ra:  (2)

- Thế (1) vào (2) ta đưa được về phương trình sau: 

BT2: - ĐKXĐ: 

- Theo VI-ÉT: 

- Từ : . Suy ra:  (2)

- Thế (1) vào (2) ta có phương trình :  (thoả mãn ĐKXĐ)

BT3: - Vì  với mọi số thực m nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

- -Theo VI-ÉT: 

- Từ giả thiết: . Suy ra:  (2)

- Thế (1) vào (2) ta được phương trình:  (thoả mãn )

**VII. XÁC ĐỊNH DẤU CÁC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

Cho phương trình:  (a ≠ 0) .Hãy tìm điều kiện để phương trình có2 nghiệm: ***trái dấu, cùng dấu, cùng dương, cùng âm ….***

Ta lập bảng xét dấu sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Dấu nghiệm** | *x*1 | *x*2 |  |  | Δ | ***Điều kiện chung*** |
| *trái dấu* |  |  |  | P < 0 | Δ ≥ 0 | P < 0. |
| *cùng dấu,* |  |  |  | P > 0 | Δ ≥ 0 | Δ ≥ 0 ; P > 0 |
| *cùng dương,* | + | + | S > 0 | P > 0 | Δ ≥ 0 | Δ ≥ 0 ; P > 0 ; S > 0 |
| *cùng âm* |  |  | S < 0 | P > 0 | Δ ≥ 0 | Δ ≥ 0 ; P > 0 ; S < 0. |

Ví dụ: *Xác định tham số m sao cho phương trình:*

 có 2 nghiệm trái dấu.

Để phương trình có 2 nghiệm trái dấu thì



Vậy với  thì phương trình có 2 nghi ệm trái dấu.

**Bài tập tham khảo:**

1.  có 2 nghiệm cùng dấu.

2.  có 2 nghiệm âm.

3. có ít nhất một nghiệm không âm.

**VIII. TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT HOẶC GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA BIỂU THỨC CHỨA** **NGHIỆM**

Áp dụng tính chất sau về bất đẳng thức: trong mọi trường hợp nếu ta luôn phân tích được:

 (trong đó A, B là các biểu thức không âm ; m, k là hằng số) (\*)

Thì ta thấy :  (v ì ) 

 (v ì) 

*Ví dụ 1:* Cho phương trình : 

Gọi  và  là các nghiệm của phương trình. Tìm *m* để :

 có giá trị nhỏ nhất.

Bài giải: Theo VI-ÉT: 

Theo đ ề b ài : 



Suy ra:  

*Ví dụ 2:* Cho phương trình : 

Gọi  và  là các nghiệm của phương trình. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức sau:



Ta có: Theo hệ thức VI-ÉT thì : 



***Cách 1:*** Thêm bớt để đưa về dạng như phần (\*) đã hướng dẫn

Ta biến đổi B như sau:



Vì 

Vậy  *m* = 1

Với cách thêm bớt khác ta lại có:



Vì 

Vậy 

***Cách 2:*** Đưa về giải phương trình bậc 2 với ẩn là *m* và *B* là tham số, ta sẽ tìm điều kiện cho tham số *B* để phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi *m*.

 (Với *m* là ẩn, *B* là tham số) (\*\*)

Ta có: 

Để phương trình (\*\*) luôn có nghiệm với mọi m thì Δ ≥ 0

hay 



Vậy:  *m* = 1



**Bài tập áp dụng**

1. Cho phương trình : .Tìm *m* để biểu thức  có giá trị nhỏ nhất.

2. Cho phương trình . Tìm m sao cho nghiệm  thỏa mãn điều kiện.

3. Cho phương trình :  xác định m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn

a)  đạt giá trị lớn nhất

b)  đạt giá trị nhỏ nhất

4. Cho phương trình : . Với giá trị nào của m, biểu thức  dạt giá trị nhỏ nhất.

**Tiết 11;12;13;14 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐƯỜNG TH ẲNG VÀ PARABOL**

NHẮC LẠI LÝ THUYẾT:  
- Toạ độ điểm chung của đường thẳng (d): y = bx + c và Parabol (P): y = ax2 là nghiệm của hệ phương trình:



- Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình ax2 = bx+c (1)

+ (d) không giao nhau với (P) ⇔ Phương trình (1) vô nghiệm

+ (d) tiếp xúc (P) ⇔ Phương trình (1) có một nghiệm kép

+ (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt⇔ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

+ Khi (d) tiếp xúc với(P) ta nói (d) là tiếp tuyến của (P)

***Dạng 1. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d): y = bx + c và Parabol (P): y= ax2***

**\*) Phương pháp giải:**

Bước 1: Lập phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là :

***ax2 = bx +c*** ***ax2 - bx - c*** = ***0***  (1)



Giải phương trình (1)

Bước 2: Thay nghiệm vừa tìm được (nếu có) vào một trong hai công thức y=bx+c hoặc y= ax2 để tìm tung độ giao điểm. Từ đó tìm được tọa độ giao điểm.

*Chú ý: Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của (d) và (P).*

**\*) Các ví dụ minh họa.**

**Ví dụ 1.** Cho hai hàm số y = x2 và y = x –



1) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

2 ) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị đó.

*Hướng dẫn*: 2) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là :

x2 = x – . Giải phương trình ta được :



Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là :



**Ví dụ 2.** Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parabol (P): y = - x2

Xác định toạ độ các giao điểm A, B của đường thẳng (d): y = -x – 2 và (P). Tìm toạ điểm M trên (P) sao cho tam giác MAB cân tại M.

*Hướng dẫn*: Viết phương trình đường trung trực (d’) của AB, tìm giao điểm của (d’) và (P), ta tìm được hai điểm M:

Hoành độ các giao điểm A, B của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

– x2 = – x – 2 ⇔ x2 – x – 2 =0 ⇔ x= -1 hoặc x = 2

+ Với x = -1, thay vào (P), ta có: y = –(-1)2 = -1, ta có: A(-1; -1)

+ Với x = 2, thay vào (P), ta có: y = –(2)2 = -4, ta có: B(2; -4)

Suy ra trung điểm I của AB là: hay



Đường thẳng (d’) vuông góc với (d) có dạng: y = x + b;

Vì (d’): y = x + b đi qua I nên:



Vậy (d’): y = x -3

Phương trình hoành độ của (d’) và (P) là: x2 + x - 3 = 0 ⇔



+ Với ⇒



+ Với ⇒



Vậy có hai điểm M cần tìm là: và



**Ví dụ 3:** Cho parabol và đường thẳng .



1. Vẽ đồ thị của *(P)* và *(d)* trên cùng mặt phẳng tọa độ.
2. Bằng phép tính, xác định tọa độ các giao điểm *A, B* của *(P)* và *(d)*.
3. Tìm tọa độ điểm *M* trên cung *AB* của đồ thị *(P)* sao cho tam giác *AMB* có diện tích lớn nhất.

*Hướng dẫn*: 2. Phương trình hoành độ giao điểm của *(P)* và *(d)* là:



Ta có:



Phương trình có hai nghiệm:



Với



Vậy: Tọa độ giao điểm của *(P)* và *(d)* là: *A*(1;1) và *B*(–2;4)

*3*. Tìm tọa độ điểm M:



Để *AMB* có diện tích lớn nhất thì điểm M là tiếp điểm của tiếp tuyến (d’) song song với (d) và tiếp xúc (P) tại M.



Phương trình đường thẳng có dạng:



Ta có:



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d’) là:



(d’) tiếp xúc (P) (1) có nghiệm kép



Phương trình đường thẳng



Hoành độ tiếp điểm là: Với



Vậy: thì tam giác *AMB* có diện tích lớn nhất.



**\*) Bài tập tự luy**ện**:**

**Bài 1**. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho (P) là đồ thị của hàm số



1. Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng (d1):



1. Cho đường thẳng (d­2): Tìm m để (d2) tiếp xúc với (P).



**Bài 2:** Trong mặt phẳng tọa độ cho Parabol và đường thẳng .



a) Hãy vẽ và trên cùng một mặt phẳng tọa độ .



b) Tìm tọa độ giao điểm của và .



c) Viết phương trình đường thẳng . Biết rằng song song với và cắt tại điểm có hoành độ là .



**Bài 3:** Trong mặt phẳng tọa độ cho Parabol (P): và đường thẳng



(d): y = x + 2.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm A và B của (P) và (d).

c) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

**Bài 4:** Cho các hàm số *y = x2* có đồ thị là (P) và *y = 2x* + 3có đồ thị là (d).

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ vuông góc (đơn vị trên các trục bằng nhau).

b) Xác định tọa độ các giao điểm của (P) và (d).

c) Tìm các điểm I thuộc (P) và I cách đều các trục tọa độ Ox, Oy (I khác gốc tọa độ O) .

***Dạng 2.Tìm điều kiện của tham số để (d ): y= bx+c và (P): y= ax2 cắt nhau; tiếp xúc nhau; không giao nhau.***

**\*) Phương pháp giải :**

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là : ***ax2 - bx - c*** = ***0***  (1)

+) (d) và (P) cắt nhau phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt 



+) (d) và (P) tiếp xúc với nhau  phương trình (1) có nghiệm kép



+) (d) và (P) không giao nhau  phương trình (1) vô nghiệm 



**\*) Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Cho Parabol (P) y=và đường thẳng (d): y=mx- -1(m là tham số )



a.Với giá trị nào của m thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b.Với giá trị nào của m thì (d) là tiếp tuyến của (P) viết phương trình tiếp tuyến và tìm toạ độ tiếp điểm.

c. Viết các phương trình đường thẳng vuông góc với hai tiếp tuyến của (P) tại các tiếp điểm. Nêu sự tương giao của hai đường thẳng đó với (P)

*Hướng dẫn:*

1. Hoành độ các giao điểm (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

= mx - - 1 ⇔ x2- 2mx + m + 2 = 0 (1)



Xét Δ’=(- m)2- (m + 2)= m2- m - 2

Do đó (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

⇔Δ’>0 ⇔ m2 – m –2 > 0

⇔ (m+1)(m-2) > 0

⇔ m > 2 hoặc m < -1

Vậy với m >2 hoặc m< - 1 thì (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt

b. (d): y= mx --1 là tiếp tuyến (P) : y= khi phương trình:



x2- 2mx + m+2= 0 (1) có một nghiệm kép .

⇔ Δ’= 0 ⇔ m2 – m – 2 = 0

⇔ (m+1)(m-2) = 0

⇔ m =2 hoặc m =-1

Vậy với m =-1 hoặc m=2 thì (d) là tiếp tuyến của (P) .

+ Với m=-1 ta có phương trình tiếp tuyến (d1): y= - x -



Phương trình (1) có nghiệm kép là



Khi x= -1 ta có y=nên toạ độ tiếp điểm là (-1; )



+ Với m = 2 phương trình tiếp tuyến (d2): y = 2x – 2

Phương trình (1) có nghiệm kép là



Với x=2 ta có y=2 nên toạ độ tiếp điểm thứ là (2;2)

c. Gọi (q1) là đường thẳng vuông góc với tiếp tuyến (d1) của (P). Phương trình đường thẳng (q1) có dạng y =ax +b

Do (q1) vuông góc với (d1) y=- x-nên a(-1)=-1 ⇔ a=1



Do (q1) đi qua tiếp điểm (-1; ) nên ta có : =1(-1) +b⇔ b =



Vậy phương trình (q1) có dạng: y = x +



Hoành độ giao điểm của (q1) với (P) là nghiệm của phương trình

= x + ⇔ x2- 2x – 3 = 0



Do các hệ số 1;-3 trái dấu nên phương trình x2 –2x –3 = 0 luôn có hai nghiệm phân biệt vì vậy đường thẳng (q1) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

- Gọi (q2) là đường thẳng vuông góc với tiếp tuyến (d2) . Phương trình đường thẳng (q­2) có dạng: y= ax + b

Vì (q2) vuông góc với (d2) nên a. 2 =-1 ⇔ a=-



Vì (q2) đi qua tiếp điểm (2;2) nên: 2 =- .2 + b ⇔ b = 3



Vậy phương trình (q2) có dạng: y = -x + 3.



Hoành độ giao điểm của (q2) với (P) là nghiệm của phương trình = -x + 3



⇔ x2 +x –6 =0

Có hệ số 1 ;-6 trái dấu nên phương trình x2+ x- 6 =0 luôn có hai nghiệm phân biệt do đó đường thẳng (q2) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt

**Ví dụ 2:** Cho parabol và đường thẳng .



Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để (*d*) và (*P*) có đúng một điểm chung.

(\*)



(*d*) và (*P*) có đúng một điểm chung



.



Vậy khi m = -4 thì (*d*) và (*P*) có đúng một điểm chung.

**Ví dụ 3:** Cho parapol (P)y=2x2 và đường thẳng (d): y = x – m +1 ( m là tham số)

a. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) và (P) có đúng một điểm chung.

b. Tìm toạ độ các điểm thuộc (P) có hoành độ bằng hai lần tung độ.

*Hướng dẫn: a.*Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

2x2 – x + m – 1 = 0 (\*)

Ta có (P) và (d) có đúng một điểm chung

(P) và (d) tiếp xúc nhau



phương trình (\*) có nghiệm kép



Vậy m = thì (P) và (d) có đúng một điểm chung.



b. Goi các điểm M(xM;yM)(P) thỏa mãn xM = 2yM hay



Từ y = 2x2



Với xM = 0 yM = 0 = > M1( 0;0) ;



Với xM = yM = => M2(;)



**\*) Bài tập tự luy**ện**:**

**Bài 1:** Cho parabol (P): y=x2 và đường thẳng (d): y= x + m (với m là tham số)



1) Vẽ parabol (P)

2) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

**Bài 2:** 1) Vẽ đồ thị (P) hàm số



2) Xác định a, b để đường thẳng đi qua gốc tọa độ và cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng –3.



**Bài 3:** Cho parabol(P): y = x2 Xác định hệ số n để đường thẳng y=2x+n tiếp xúc (P). Tìm tọa độ tiếp điểm

**Bài 4.** Trên mặt phẳng tọa độ *Oxy,* cho parabol *(P): y = 2x2* và đường thẳng *(d)*: *y* = *mx - 2. a)*. Vẽ đồ thị *(P).*

b) Xác định giá trị của *m* sao cho *(d)* và *(P)* có một điểm chung duy nhất. Tìm tọa độ điểm chung này.

**Bài** 5. Cho Parabol (P) y=x2 và đường thẳng (d) : y= x+ m (m là tham số)

a.Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b.Viết phương trình đường thẳng (d) vuông góc với(d) và tiếp xúc với (P)

**Bài** 6. Cho đường thẳng (d):y=mx–2m–1 (m là tham số) và Parabol(P) :y=-x2



a.Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b.Tìm m để (d) là tiếp tuyến của (P) . Tìm toạ độ tiếp điểm

c.Viết phương trình tiếp tuyến của (P) tại A(2;-1)

***Dạng 3: Lập phương trình đường thẳng có hệ số góc k và tiếp xúc với (P): y= ax2***

**\*) Phương pháp giải** :

Bước 1: Nêu dạng tổng quát của phương trình đường thẳng : y = bx + c (d)

Bước 2: Dựa vào các giả thiết của đề bài xác định hệ số góc của đường thẳng, từ đó suy ra b = k

Bước 3: Lập phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): ax2 = kx + c (1)

Bước 4: (d) tiếp xúc với (P) phương trình (1) có nghiệm kép = 0 (\*)



Giải (\*) tìm c

Bước 5: Kết luận: Thay giá trị tìm được của c vào (d) ta được phương trình đường thẳng cần lập.

**\*) Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Cho đường thẳng (d):y =2x+1 và Parabol (P):y=x2

a. Tìm phương trình đường thẳng (d1) song song với (d) và tiếp xúc với (P)

b. Tìm phương trình đường thẳng (d2) vuông góc với (d) và tiếp xúc với (P)

*Hướng dẫn*

a. Phương trình đường thẳng (d1­) có dạng: y = ax + b

Đường thẳng (d1) song song với đường thẳng (d): y= 2x + 1 a = 2 và b 1



Phương trình hoành độ giao điểm của (d1) và (P): x2= 2x + b⇔x2–2x - b = 0 (1)

Đường thẳng (d1) tiếp xúc với Parabol (P) khi phương trình (1) có nghiệm kép

⇔ Δ’= 0 ⇔1+ b = 0

⇔ b = -1

Vậy phương trình đường thẳng(d1) có dạng y =2x- 1

b. Phương trình đường thẳng (d­2) có dạng: y = ax + b

Đường thẳng (d2) vuông góc với đường thẳng (d): y= 2x + 1

a.2= -1 ⇔ a=



Đường thẳng (d2):y=x + b tiếp xúc với(P):y=x2 khi phương trình:



x2=x + b ⇔ 2x2 + x – 2b = 0 (2) có một nghiệm kép



⇔ Δ = 1+ 16b= 0 ⇔ b =



Vậy phương trình đường thẳng (d2) cần tìm có dạng:y=x



**Ví dụ 2:** Lập phương trình đường thẳng song song với đường thẳng (d) y=2x+1 và tiếp xúc với parabol y = -x2

*Hướng dẫn*: Phương trình đường thẳng cần lập có dạng: y = ax + b (d1)

(d1) song song (d) a = 2.



(d1) tiếp xúc với parabol y = -x2 nên phương trình :

-x2 = 2x + b = 0

x2 + 2x +b = 0 có nghiệm kép



’ = 1 – b = 0



1 – b = 0 b = 1



Vậy phương trình đường thẳng cần lập là (d1): y = 2x + 1

**\*) Bài tập tự luy**ện**: .**

**Bài 1**: Cho đường thẳng (d): 3x + 2y =- 12 và Parabol (P): y= x2



a. Chứng tỏ rằng (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Tìm toạ độ giao điểm.

1. Viết phương trình đường thẳng (d1) song song với (d) và là tiếp tuyến của (P)

c.Viết phương trình đường thẳng (d2) là tiếp tuyến của (P) và vuông góc với (d)

**Bài 2 :** Cho hàm số



a) Trên (P) lấy hai điểm M và N lần lượt có hoành độ là - 2; 1. Viết phương trình đường thẳng MN.

b) Xác định hàm số y = ax + b biết rằng đồ thị (D) của nó song song với đường thẳng MN và tiếp xúc với (P).

**Bài** **3**. Cho đường thẳng (d): y=x +1 và Parabol (P) y =x2



a. Chứng tỏ rằng (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt .Tìm toạ độ các giao điểm

b. Viết phương trình đường thẳng (d1) song song với (d) và tiếp xúc với (P) tìm toạ độ tiếp điểm

c. Viết phương trình đường thẳng (d2) vuông góc với (d1) và tiếp xúc với(P)

***Dạng 4: Tìm điều kiện của tham số để đường thẳng (d): y = bx+c cắt parabol (P): y = ax2 tại hai điểm thỏa mãn điều kiện cho trước.***

**\*) Phương pháp giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là : ***ax2 - bx - c*** = ***0***  (1)

* Nếu hệ thức điều kiện cho trước đối xứng:

- Tìm điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm x1; x2 là Δ>=0

- Theo hệ thức Vi-ét tính S = x1 + x2 và P = x1 x2

- Biến đổi biểu thức điều kiện đã cho để sử dụng bước 2. Từ đó giải ra m.

- So sánh m với điều kiện và kết luận.

* Nếu hệ thức điều kiện cho trước không đối xứng:

- Tìm điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm x1; x2 là Δ>=0

- Theo hệ thức Vi-ét tính S = x1 + x2 và P = x1 x2

- Kết hợp biểu thức điều kiện và S = x1 + x2 Từ đó giải ra x1; x2 theo m

- Thay x1; x2 vào P = x1 x2 để tìm ra m.

- So sánh m với điều kiện và kết luận.

**\*) Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Cho parabol (P) : y = x2 và đường thẳng (d): y = 2(m - 1)x + m2 + 2m

(m là tham số, m ∈ R).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm I(1; 3).

b) Chứng minh rằng parapol (P) luôn cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x1, x2  là hoành độ hai điểm A, B, Tìm m sao cho: x12+x22+6x1x2>2016 *Hướng dẫn:*

a) Đường thẳng (d): y = 2(m - 1)x + m2 + 2m đi qua điểm I(1; 3)

3 = 2(m - 1).1 + m2 + 2m m2 +4m -5 = 0



Ta có : a + b + c = 1 + 4 – 5 = 0 nên phương trình trên có hai nghiệm :



Vậy m = 1 hoặc m = -5 thì đường thẳng (d) đi qua điểm I(1; 3).

b) Phương trình hoành dộ giao điểm của parapol (P) và đường thẳng (d) là :

x2 = 2(m - 1)x + m2 + 2m

(\*)



Phương trình (\*) có : > 0 với mọi m .



Nên phương trình (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Do đó parapol (P) luôn cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt A, B.

Gọi x1, x2 là hoành độ hai điểm A, B thì x1, x2 là hai nghiệm của phương trình (\*) Theo hệ thức Vi –ét ta có :



Theo giả thiết , ta có : x12 +x22 + 6x1x2 > 2016



Vậy là giá trị cần tìm.



**Ví dụ 2:** Cho parabol (P): và đường thẳng (d):



a) Với m = 1, xác định tọa độ giao điểm A, B của ( d) và ( P)

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1, x2 sao cho:



*Hướng dẫn:*

a) Khi m = 1 ta có (d):



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:



Ta có a-b+c=1+2-3=0 phương trình có hai nghiệm: x1 = - 1 và x2 = 3



Xác định được tọa giao điểm là : ( -1 ; ½ ) và ( 3 ; 9/2 )

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

 (\*)

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt ,  thì phương trình (\*) phải có 2 nghiệm phân biệt. Khi đó 

Khi: m > -1, từ (\*) ta có:  (định lý Vi-et)

Nên: 







**Ví dụ 3:** Cho Parabol (*P*): và đường thẳng (*d*):



(tham số *m*)

*1)* Với *m = 2*, tìm tọa độ giao điểm của (*P*) và (*d*).

*2)* Tìm *m* để (*d*) cắt (*P*) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

*Hướng dẫn:*

*1)* Với *m = 2*, ta có phương trình đường thẳng (*d*) là: y = x + 6

Hoành độ giao điểm của (*P*) và (*d*) là nghiệm của phương trình



\*



\*



Vậy *m = 2* thì (*P*) và (*d*) cắt nhau tại hai điểm và



*2)* Hoành độ giao điểm của (*P*) và (*d*) là nghiệm của phương trình

(\*)



(*d*) cắt (*P*) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung khi và chỉ khi phương trình (\*) có hai nghiệm trái dấu



**Ví dụ 4:** Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (*d*): y = mx + 1 luôn cắt parabol (P): y = x2 tại hai điểm phân biệt. Khi đó tìm m để , với ­­­ là tung độ của các giao điểm.



*Hướng dẫn:*

Phương trình hoành độ giao diểm của (P) và (d) là: (1)



Phương trình (1) luôn có 2 ghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

=> Đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

Ta có



Vậy m=2 là giá trị cần tìm



**\*) Bài tập tự luy**ện**:**

**Bài 1:** Cho Parabol (P): y = x2 và đường thẳng (d) có pt: y = 2(m+1)x - 3m + 2

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) với m = 3.

b) C/m rằng (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A; B với mọi m.

c) Gọi x1 ; x2 là hoành độ của A;B . Tìm m để x12 + x22 = 20.

**Bài 2:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho (P): y =



Gọi A(x1, y1) và B(x2;y2) là hoành độ giao điểm của (P) và (d): y = x – 4.

Chứng minh:



**Bài 3:** Gọi đồ thị hàm số là parabol (P), đồ thị hàm số là đường thẳng (d).



1. Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
2. Khi (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt là . Tìm các giá trị của m sao cho .



**Bài 4:** Cho parabol (P): và đường thẳng (D): (m là tham số).



a. Cho . Vẽ (P) và (D) trên cùng một hệ trục toạ độ Oxy và tìm tọa độ giao điểm của chúng.



b. Tìm m để (P) và (D) cắt nhau tại hai điểm phân biệt sao cho



**Bài 5:**Cho parabol (P): y = x2 và đường thẳng (d): y= (2m-3)x-m(m-3)

Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x1, x2 thỏa mãn điều kiện: 2x1- x2=4

**Bài 6:** Cho parabol (P): y = x2 và đường thẳng (d): y = 2x - m + 3 (với m là tham số). Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x1, x2 thỏa mãn điều kiện:



**Bài 7:** Cho parabol(P):y = (1) và đường thẳng (d): y = (m là tham số).Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x1, x2 thỏa mãn điều kiện: (xx- 1) = 20(x+ x)



**Bài 8:** Cho parabol (P): y = x2 và đường thẳng (d): y = x - 1 + m

Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x1, x2 thỏa mãn điều kiện: .



***Dạng 5: Lập phương trình đường thẳng đi qua một điểm M(x0; y0) và tiếp xúc với (P): y= ax2***

**\*) Phương pháp giải:**

+ Nêu dạng phương trình đường thẳng cần lập: y = bx + c (d)

+ (d) đi qua M (x0; y0) nên y0 = b.x0 + c (1)



+ (d) tiếp xúc với y = ax2 nên phương trình :

ax2 = bx + c có nghiệm kép = 0 (2)



Giải hệ hai phương trình (1) và (2) tìm b, c

phương trình đường thẳng cần lập



**\*) Ví dụ minh họa.**

**Ví dụ 1:** Lập phương trình đường thẳng đi qua M(-1; 2) và tiếp xúc với parabol (P): y = 2x2.

*Hướng dẫn:* Giả sử phương trình đường thẳng cần lập có dạng: y = ax + b. (d)

(d) đi qua M (-1; 2) nên ta có: 2 = -a + b (1)

(d) tiếp xúc với (P): y = 2x2 nên phương trình :

2x2 = ax + b có nghiệm kép

2x2 – ax – b = 0 có nghiệm kép



= a2 + 8b =0 a2 + 8b = 0 (2)



Từ (1) và (2) ta có hệ:



Từ (1) b = 2 + a (\*) thay vào (2) ta được :



a2 + 8a + 16 = 0 (a + 4)2 = 0 a = - 4



Thay a = -4 vào (\*) ta được b = -2

Vậy phương trình đường thẳng cần lập là y = -4x – 2

**Ví dụ 2:** Cho Parabol (P):y= -2x2. Trên (P) lấy hai điểm A; B có hoành độ xA=-1 và xB=2 .

1. Viết phương trình đường thẳng AB .
2. Viết phương trình các tiếp tuyến của (P) tại A và B

*Hướng dẫn:*

a. Điểm A thuộc (P): y =- 2x2 và có hoành độ xA=- 1 nên yA=- 2 do đó A(-1;-2)

Điểm B thuộc (P): y=- 2x2 và có hoành độ xB= 2 nên yA=- 8 do đó B(2;-8)

Phương trình đường thẳng AB có dạng y = ax + b .

Đường thẳng đi qua A và B nên ta có hệ phương trình:



Vậy phương trình đường thẳng AB có dạng y= - 2x- 4

b. Phương trình tiếp tuyến (d1) của (P) tại A(-1;-2) có dạng y = ax + b

Do (d1) tiếp xúc với (P): y= -2x2 tại điểm A nên phương trình :- 2x2= ax + b

⇔ 2x2 +ax+ b = 0 có một nghiệm kép là xA= -1 .

Phương trình có nghiệm kép là: x1= x2= -. Do đó -=-1 ⇔ a = 4.



Khi xA= -1 thì yA= -2 nên ta có – 2 = 4(-1) + b ⇔ b = 2

Vậy phương trình tiếp tuyến (d1) của (P) tại A(-1;-2) là: y = 4x + 2

+) Phương trình tiếp tuyến (d2) của (P) tại B(2;-8) có dạng y = ax +b

Vì (d2 ) tiếp xúc với (P) y= -2x2 nên phương trình:

2x2 +ax +b = 0 có một nghiệm kép xB = 2 do đó ta có -=2 ⇔ a = - 8



Khi xB=2 thì yB=- 8 nên :- 8=(- 8).2+ b ⇔ b = 8

Vậy tiếp tuyến (d2) của (P) tại B(2;-8) là: y= - 8x + 8

**\*) Bài tập tự luy**ện**:**

**Bài 1**: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): y = x2



a) Vẽ đồ thị Parabol (P).

b)Tìm a và b để đường thẳng (d): y=ax+b đi qua điểm và tiếp xúc với (P).



**Bài 2 .**Cho (P) y = và đường thẳng y =mx+n.



Xác định các hệ số m, n để đường thẳng đi qua điểm A(-1;-2) và tiếp xúc với parabol.

**TIẾT 15-22 CHUYÊN ĐỀ:**

**GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

1. **Lý thuyết.**

**Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình (hoặc hệ phương trình)**

Bước 1: Lập phương trình :

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số

- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết

- Lập phương trình (hoặc hệ phương trình) biểu thị sự tương quan gữa các đại lượng

Bước 2: Giải phương trình (hoặc hệ phương trình)

Bước 3: Trả lời : Chọn kết quả thích hợp và trả lời

1. **Bài tập.**

**A. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình**

**Toán về quan hệ số**

* **Công thức liên hệ giữa số bị chia, số chia, thương và số dư**

Số bị chia = (số chia) x (thương) + (số dư); (Số dư < số chia)

* **Cách viết số dưới dạng một tổng (cấu tạo số)**
  + Số có hai, chữ số được ký hiệu là

Giá trị của số: 

* + Số có ba, chữ số được ký hiệu là

Giá trị của số: 

1. Cho số tự nhiên có hai chữ số, tổng của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị bằng 14. Nếu đổi chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị cho nhau thì được sốmới lớn hơn số đã cho 18 đơn vị. Tìm số đã cho.

ĐS: 68

1. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số. Biết rằng chữ số hàng đơn vị hơn chữsố hàng chục là 5 đơn vị và khi viết chữ số 1 xen vào giữa hai chữ số của số đó thì được số mới lớn hơn số đó là 280 đơn vị.

ĐS: 38

1. Tổng hai số bằng 51. Tìm hai số đó biết rằng  số thứ nhất thì bằng  số thứ hai.

ĐS: 15 và 36

1. Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 1006 và nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và dư là 124.

ĐS: 712 và 294

**🖎Toán chuyển động**

* ***Toán chuyển động có ba đại lượng:***
  + * Quãng đường = Vận tốc × Thời gian , S: quãng đường*
  + * Vận tốc = Quãng đường : Thời gian, v: vận tốc*
  + ****** *Thời gian = Quãng đường : Vận tốc, t: thời gian*
* *Các đơn vị của ba đại lượng phải phù hợp với nhau. Nếu quãng đường tính bằng ki-lô- mét, vận tốc tính bằng ki-lô-mét/giờ thì thời gian phải tính bằng giờ.*
* ***Chú ý:***
  + *Hai xe đi ngược chiều cùng lúc từ hai địa điểm A và B.*



*=> Khi gặp nhau tại D thì: txe 1 đi AD = txe 2 đi BD và AD + BD = AB*

* + *Hai xe xuất phát cùng lúc từ A đến B*

*Nếu hai vật đến B cùng lúc thì thời gian hai vật đi từ A đến B là như nhau.*

*Nếu vật 1 đến B sớm hơn vật 2 một khoảng thời gian t thì:*

*tvật 2 từ A đến B – tvật 1 từ A đến B = t*

* + *Hai xe xuất phát khác thời điểm từ A*

*Xe 1 xuất phát trước xe 2 một khoảng thời gian t và xe 2 đuổi theo xe 1 (v2> v1).*

*Khi xe 2 đuổi kịp xe 1 (hai xe gặp nhau) thì:*

*Sxe 2 đi từ A → gặp nhau = Sxe 1 đi từ A → gặp nhau*

*txe 1 từ thời điểm xuất phát tới thời điểm gặp nhau  - t = txe 2 từ thời điểm xuất phát tới thời điểm gặp nhau.*

* + ***Chuyển động với ngoại lực tác động (thường áp dụng với chuyển động cùng dòng nước với các vật như ca nô, tàu xuồng, thuyền):***

*Vận tốc khi nước đứng yên = vận tốc riêng.*

*Vận tốc xuôi dòng = vận tốc riêng + vận tốc dòng nước*

*Vận tốc ngược dòng = vận tốc riêng – vận tốc dòng nước*

*Vận tốc của dòng nước là vận tốc của một vật trôi tự nhiên theo dòng nước (Vận tốc riêng của vật đó bằng 0)*

1. Một ôtô đi từ tỉnh A đến tỉnh B với một vận tốc xác định. Nếu vận tốc tăng thêm 20km/h thì thời gian sẽ giảm đi 1h, nếu vận tốc giảm bớt 10km/h thì thời gian đi tăng thêm 1h. Tính vận tốc và thời gian đi của ôtô đó. (ĐS: 40km/h và 3h)
2. Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A?

ĐS: 350km và 4 giờ sáng

1. Lúc 6 giờ một ô tô chạy từ A về B. Sau đó nửa giờ, một xe máy chạy từ B về A.Ô tô gặp xe máy lúc 8 giờ. Biết vân tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h và khoảngcách *AB* =195 km. Tính vận tốc mỗi xe.

ĐS: 60 km/h, 50 km/h.

1. Hai người ở hai địa điểm A và B cách nhau 3,6km khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều và gặp nhau ở điểm cách A 2km. Nếu cả hai cùng giữ nguyên vận tốc như trên, nhưng người đi chậm xuất phát trước người kia 6 phút thì họ gặp nhau ở chính giữa quãng đường. Tính vận tốc mỗi xe.

ĐS: 4,5km/h, 3,6km/h

1. Một tàu thủy chạy xuôi dòng sông 66 km hết một thời gian bằng thời gianchạy ngược dòng 54 km. Nếu tàu chạy xuôi dòng 22 km và ngược dòng 9 km thì chỉ hết1 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước (biết vận tốc riêng của tàukhông đổi).

ĐS: 30 km/h, 3 km/h

1. Một ca nô xuôi dòng một quãng sông dài 12*km* rồi ngược dòng quãng sôngđó mất 2 giờ 30phút. Nếu cũng quãng đường sông ấy, ca nô xuôi dòng 4*km* rồi ngượcdòng 8*km* thì hết 1giờ 20 phút. Biết rằng vận tốc riêng của ca nô và vận tốc riêng củadòng nước là không đổi, tính cận tốc riêng của ca nô và vận tốc riêng của dòng nước.

ĐS: 10km/h và 2 km/h

**🖎Toán về năng suất – khối lượng công việc - %**

* **Tổng sản phầm và số sản phẩm dự định và thực tế làm trong một ngày**

Thời gian hoàn thành

Số sản phẩm **dư định** làm trong 1 ngày (giờ)

Tổng sản phẩm **dự định** làm = X

Thời gian hoàn thành

Số sản phẩm **thực tế** làm trong 1 ngày (giờ)

Tổng sản phẩm **thực tế** làm = X

* Tổng sản phầm và vượt mức %
  + Nếu tháng II vượt mức a% so với tháng I thì:

***Số sản phẩm của tháng II = Số sản phẩm tháng I + a% (Số sản phẩm tháng I)***

1. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm. Nhờ tăng năngsuất lao động tổ 1 làm vượt mức10% và tổ hai làm vượt mức 20% so với kế hoạch củamỗi tổ, nên cả hai tổ làm được 685sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm theo kếhoạch.

ĐS: 350 sản phẩm và 250 sản phẩm

1. Trong tháng thanh niên Đoàn trường phát động và giao chỉ tiêu mỗi chiđoàn thu gom 10kg giấy vụn làm kế hoạch nhỏ. Để nâng cao tinh thần thi đua bí thưchi đoàn 10A chia các đoàn viên trong lớp thành hai tổ thi đua thu gom giấy vụn. Cả hai tổ đều rất tích cực. Tổ 1 thu gom vượt chỉ tiêu 30%, tổ hai gom vượt chỉ tiêu 20%nên tổng số giấy chi đoàn 10A thu được là 12,5 kg. Hỏi mỗi tổ được bí thư chi đoàn giaochỉ tiêu thu gom bao nhiêu kg giấy vụn?

ĐS:5 kg và 5 kg

1. Tháng giêng hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy; tháng hai do cải tiến kỹthuật tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng giêng, vì vậy hai tổ đã sảnxuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng giêng mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiếtmáy? ĐS: 400 chi tiết máy và 500 chitiết máy.

**🖎Toán về làm chung – làm riêng và vòi nước chảy**

* *Khi công việc không được đo bằng số lượng cụ thể, ta xem toàn bộ công việc là 1.*
  + *Nếu đội nào làm xong công việc trong x (ngày) thì trong 1 ngày đội đó làm được*

* (công việc)*

* + *Nếu vòi nào chảy riêng một mình đầy bể trong x (giờ) thì trong 1 giờ vòi đó chảy được  (bể)*

1. Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được  bểnước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

ĐS: 7,5 giờ và 15 giờ.

1. Hai công nhân cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu ngườithứ nhất làm trong 3 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được  công việc.Hỏi mỗi công nhân làm một mình thì trong bao lâu làm xong công việc.

ĐS: 24 giờ và 48 giờ

1. Để chuẩn bị cho một chuyến đi đánh bắt cá ở Hoàng Sa, hai ngư dân đảoLý Sơn cần chuyển một số lương thực, thực phẩm lên tàu. Nếu người thứ nhất chuyển xong một nửa số lương thực, thực phẩm; sau đó người thứ hai chuyển hết số còn lại lên tàu thì thời gian người thứ hai hoàn thành lâu hơn người thứ nhất là 3 giờ. Nếu cả haicùng làm chung thì thời gian chuyển hết số lương thực, thực phẩm lên tàu là  giờ.Hỏi nếu làm riêng một mình thì mỗi người chuyển hết số lương thực, thực phẩm đó lêntàu trong thời gian bao lâu?

ĐS: 4 giờ và10 giờ

**🖎Toán có nội dung hình học**

* *Diện tích hình chữ nhật: Shcn = a.b (a: chiều dài ; b: chiều rộng)*
* *Diện tích hình vuông cạnh a là: Shv = a2*
* *Diện tích tam giác (có đường cao h ứng với cạnh đáy a) là: S∆ = a.h*
* *Diện tích hình tròn bán kính R là: Shình tròn = 𝛑.R2*
* *Chu vi hình chữ nhật là: Chcn = 2(a + b)*
* *Chu vi hình vuông cạnh a là: Chv = 4a*
* *Chu vi tam giác ABC là: CABC = AB + BC + AC*
* Chu vi hình tròn bán kính R là: Chình tròn = 2πR
* *Độ dài cạnh huyền:(clà độ dài cạnh huyền a,b là độ dài các cạnh g.vuông)*
* *Thể tích hình trụ (đáy là hình tròn bán kính R, chiều cao là h): Vtrụ = Sđáy.h = 𝛑.R2.h*

1. Một hình chữ nhật ban đầu có cho vi bằng 2010 cm. Biết rằng nều tăngchiều dài của hình chữ nhật thêm 20 cm và tăng chiều rộng thêm 10 cm thì diện tíchhình chữ nhật ban đầu tăng lên 13 300 cm2. Tính chiều dài, chiều rộng của hình chữnhật ban đầu. (ĐS: 700 cm, 305 cm)
2. Cho mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng ngắn hơn chiều dài 45 m. Nếugiảm chiều dài 2 lần tăng chiều rộng lên 3 lần thì chu vi không đổi. Tính diện tíchmảnh đất. (ĐS: 900)

**🖎Dạng toán khác**

1. Anh Bình đến siêu thị để mua một cái bàn ủi và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờsiêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá của bàn ủi và quạt điện đã lần lượtgiảm bớt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã trả ít hơn 125 ngàn đồngkhi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bánthực tế của từng loại sản phẩm mà anh Bình đã mua là bao nhiêu?

ĐS: 45 và 80 (ngàn đồng)

1. Số tiền mua 1 quả dừa và một quả thanh long là 25 nghìn đồng. Số tiền mua 5 quả dừa và 4 quả thanh long là 120 nghìn đồng. Hỏi giá mỗi quả dừa và giámỗi quả thanh long là bao nhiêu ? Biết rằng mỗi quả dừa có giá như nhau và mỗi quả thanh long có giá như nhau.

ĐS: Giá 1 quả dừa 20 nghìn, giá 1 quả thanh long 5 nghìn.

1. Có hai can đựng dầu, can thứ nhất đang chứa 38 lít và can thứ hai đangchứa 22 lít. Nếu rót từ can thứ nhất sang cho đầy can thứ hai thì lượng dầu trong canthứ nhất chỉ còn lại một nửa thể tích của nó. Nếu rót từ can thứ hai sang cho đầy canthứ nhất thì lượng dầu trong can thứ hai chỉ còn lại một phần ba thể tích của nó. Tínhthể tích của mỗi can.

ĐS: thể tích của can thứ nhất và can thứ hai lần lượt là 48 lít và 36 lít

1. Đội tuyển học sinh giỏi toán của 1 trường THCS được trường tặng cho một số vở. Số vở này được chia đều cho các em học sinh theo cách như sau:

Bạn thứ nhất được 1 quyển vở và số vở còn lại.

Bạn thứ hai được 2 quyển vở và số vở còn lại.

Bạn thứ ba được 3 quyển vở và số vở còn lại.

Cứ tiếp tục như vậy cho đến bạn thứ n nhận được n cuốn vở và số vở còn lại.

Hỏi đội tuyển có bao nhiêu học sinh và số vở được thưởng là bao nhiêu.

HD giải:

Gọi số học sinh trong đội tuyển là x (HS)

Gọi số vở mà đội được thưởng là y (quyển) (ĐK: )

Số vở mà học sinh thứ nhất được thưởng:  ( quyển)

Số vở mà học sinh thứ hai được thưởng:  ( quyển)

…

Vậy số học sinh trong đội tuyển là 10 HS

Số vở đội được thưởng là 100 quyển.

1. An đếm số bài kiểm tra một tiết đạt điểm  và điểm của mình thấy nhiều hơn bài. Tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đạt điểm  và điểm  đó là . Hỏi An được bao nhiêu bài điểm và bao nhiêu bài điểm ?

HD giải:

Gọi số bài điểm  và điểm của An đạt được lần lượt là  (bài)

.

Vì tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đó là  nên .

Ta có .

Do  và  nên .

Ta có hệ  (thỏa mãn).

Vậy An được 10 bài điểm 9 và 7 bài điểm 10

**B. Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

**DẠNG 1: TOÁN CHUYỂN ĐỘNG**

1. Một ô tô đi quãng đường AB dài 150km trong một thời gian đã định. Sau khi xe đi được nửa quãng đường, ô tô dừng lại 10 phút, do đó để đến B đúng hẹn xe phải tăng vận tốc thêm 5km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của ô tô và thời gian xe lăn bánh trên đường. (Đ/s: vận tốc dự định của ô tô là 45km/h và thời gian xe lăn bánh trên đường là 3 giờ 10 phút)
2. Một người dự định đi xe đạp từ địa điểm A tới địa điểm B cách nhau 36km trong một thời gian nhất định. Sau khi đi được nửa quãng đường, người đó dừng lại nghỉ 18 phút. Do đó để đến B đúng hạn, người đó đã tăng thêm vận tốc 2km trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu và thời gian xe lăn bánh trên đường.

(Vận tốc ban đầu là . Thời gian xe lăn bánh trên đường là 

1. Lúc 7h, một người đi xe máy khởi hành từ A để đến B với vận tốc 40km/h. Lúc 8h30 phút cùng ngày, một người khác cũng đi xe máy từ B để đến A với vận tốc 60km/h; Hai người gặp nhau ở ***chính******giữa quãng đường* .** Hỏi hai người gặp nhau lúc mấy giờ? Và quãng đường AB dài bao nhiêu km? (Đ/s : Hai người gặp nhau lúc11 giờ 30 phút và quãng đường AB dài 360 km)
2. Một người đi xe đạp khởi hành từ địa điểm A đến điểm B cách nhau 60km. Sau đó 1 giờ 30 phút, một người đi xe máy cũng khởi hành từ A đi đến B. Người đi xe máy đến B trước người đi xe đạp 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi người biết vận tốc của người đi xe máy lớn hơn vận tốc của người đi xe đạp là 25 km/h. (Đ/S : Vận tốc người đi xe đạp là 15 km/h, vận tốc người đi xe máy là 40 km/h.)
3. Một tàu thủy chạy xuôi dòng một khúc sông dài 72km, sau đó chạy ngược dòng khúc sông ấy 54km hết tất cả 6 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu thủy biết vận tốc dòng nước là 3km/h.(Đ/S: vận tốc riêng của tàu thủy là 21 km/h.)
4. Một ca nô đi xuôi dòng nước từ bến A đến bến B, cùng lúc đó một người đi bộ đi từ bến A dọc theo bờ sông về hướng B. Sau khi chạy được 24 km, ca nô quay trở lại và gặp người đi bộ tại địa điểm C cách bến A 18km. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc của người đi bộ và vận tốc dòng nước đều bằng 4km/h.(Đ/S: vận tốc riêng của cano là 20/3 km/h.)

**DẠNG 2: TOÁN NĂNG SUẤT – CÔNG VIỆC LÀM CHUNG, LÀM RIÊNG - VÒI NƯỚC CHẢY**

1. Một tổ sản xuất phải may xong 800 áo trong một thời gian quy định. Nhưng sau khi đã làm được 600 áo, tổ đó đã tăng năng suất lao động thêm 10 áo trong một ngày nên đã hoàn thành sớm hơn quy định một ngày. Hỏi theo quy định, mỗi ngày tổ đó phải may bao nhiêu áo.(Đ/S: Theo quy định trong một ngày tổ sản xuất may 40 áo)
2. Một nhóm học sinh của trường THCS Trần Phú tham gia quét dọn đường phố. Theo kế hoạch đội phải quét 75km đường trong một số tuần lễ. Vì các em học sinh tham gia rất nhiệt tình và năng nổ nên mỗi tuần đều quét dọn vượt mức 5km so với kế hoạch, kết quả là đã quét dọn được 80km đường và hoàn thành công việc sớm hơn 1 tuần. Hỏi theo kế hoạch, đội tình nguyện của trường THCS Trần Phú phải quét dọn bao nhiêu km đường mỗi tuần?( Đ/s : 15 km)
3. Hưởng ứng phong trào trồng cây xanh vì môi trường xanh, sạch, đẹp; một chi đoàn thanh niên dự định trồng 900 cây xanh trong một thời gian quy định. Do mỗi ngày chi đoàn trồng được nhiều hơn dự định là 50 cây nên công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 3 ngày. Tính số cây mà chi đoàn dự định trồng trong một ngày. (Đ/s: *số cây mà chi đoàn dự định trồng trong một ngày là 100 cây)*
4. Một xưởng may phải may xong 3000 áo trong một thời gian quy định. Để hoàn thành sớm kế hoạch, mỗi ngày xưởng đã may được nhiều hơn 6 áo so với số áo phải may trong một ngày theo kế hoạch.**Vì thế 5 ngày trước khi hết hạn**, xưởng đã may được 2650 áo. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may xong bao nhiêu áo? (Đ/S:Mỗi ngày xưởng phải may theo kế hoạch là 100 áo)
5. Một đoàn xe vận tải nhận chở 15 tấn hàng gửi tới đồng bào miền Trung bị bão lụt. Khi sắp khởi hành thì có 1 xe phải điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn0,5 tấn hàng so với dự định. Hỏi thực tế có bao nhiêu xe tham gia vận chuyển? (Biết khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau) (Đ/S: Thực tế có 5 xe tham gia vận chuyển)
6. Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 8 giờ. Nếu mỗi đội làm một mình xong công việc đó, đội thứ nhất cần ít thời gian hơn so với đội thứ hai là 12 giờ. Hỏi mỗi đội làm một mình xong công việc đó trong bao lâu?

(Đ/s: thời gian làm một mình xong việc của đội thứ nhất là 12 giờ; đội thứ hai là 24 giờ)

1. Bạn An dự định thực hiện công việc quét sơn cho 40m2 tường trong một thời gian nhất định. Tuy nhiên, khi thực hiện mỗi giờ bạn An quét được ít hơn dự định là , do đó bạn đã hoàn thành công việc chậm hơn so với kế hoạch là một giờ. Hỏi nếu đúng kế hoạch thì bạn An hoàn thành công việc trong bao lâu? (Đ/s: 4 giờ)
2. Hai người cùng làm chung một công việc trong 4 giờ 48 phút thì xong. Thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc nhiều hơn thời gian để người thứ hai làm một mình xong công việc là 4 giờ. Hỏi mỗi người làm một mình trong bao lâu hoàn thành công việc?(Đáp án: thời gian làm một mình xong việc của đội thứ nhất là 8 giờ; đội thứ hai là 12 giờ)
3. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 1 giờ 20 phút đầy bể. Nếu đề chảy một mình thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Hãy tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể?( Đ/s: Vòi thứ nhất : 2 giờ; Vòi thứ hai: 4 giờ )

**DẠNG 3: TOÁN CÓ NỘI DUNG HÌNH HỌC**

1. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 28m và độ dài đường chéo bằng 10m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét ( Đ/S chiều dài:8m; rộng: 6 m)
2. Một tam giác có chiều cao bằng cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng 3dm và cạnh đáy giảm 2dm thì diện tích tam giác tăng 12dm2 . Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác. (Đ/S chiều cao: 15dmvà cạnh đáy: 20dm )
3. Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 13 cm .Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7 cm.Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông đó. (Đ/S12m; 5m)

**DẠNG 4: TOÁN VỀ QUAN HỆ GIỮA CÁC SÔ**

1. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng chục kém chữ số hàng đơn vị là 4; Biết tổng các bình phương hai chữ số của số đó bằng 80.( số cần tìm là 48)
2. Lớp 9A được phân công trồng 480 cây xanh. Lớp dự định chia đều cho số học sinh, nhưng khi lao động có 8 bạn vắng mặt nên mỗi bạn phải trồng thêm 3 cây mới xong. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu bạn học sinh ( Đ/S: Lớp 9A có 40 bạn học sinh)
3. Một phòng họp dự định có 120 người dự họp, nhưng khi họp có 160 người tham dự nên phải kê thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy phải kê thêm 1 ghế nữa thì vừa đủ. Tính số dãy ghế dự định lúc đầu. Biết rằng số dãy ghế lúc đầu trong phòng nhiều hơn 20 dãy ghế và số ghế trên mỗi dãy ghế là bằng nhau.(Đ/S : Số dãy ghế dự định lúc đầu là 30 dãy ghế.)

TIẾT 23-26 CHUY£N §Ò 1: RóT GäN BIÓU THøC

Vµ C¸C BµI TO¸N LI£N QUAN

|  |
| --- |
| **PHẦN 1: TÓM TẮT LÍ THUYẾT CẦN NHỚ**   1. **Căn bậc hai**: - căn bậc hai của số thực a không âm là số x sao cho x2 =a  * Với a  0 thì * Với A thì  1. **Các công thức biến đổi:**  * **(** với A0; B 0 ) * ( Với A 0; B>0 ) * ( B 0 ) * A ( Với với A0; B 0 ) * A ( Với với A < 0; B 0 ) * ( Với với A0; B 0 , A ≠ B) * ( Với với A0; B 0 , A ≠ B)     **PHẦN 2 : BÀI TẬP VẬN DỤNG**  **DẠNG 1: Rút gọn, tính giá trị của biểu thức P(x) tại x = m**  **Cách giải tổng quát:**  *Bước 1: Rút gọn biểu thức P*  *Bước 2: Thay x = m (TMĐK) vào P và tính giá trị*  *(Lưu ý: Nếu x = m là một biểu thức phức tạp thì phải biến đổi trước khi thay)*  **Bài 1: Cho biểu thức** với  và .   1. Rút gọn biểu thức M 2. Tính giá trị của M tại   **Bài 2:** Cho biểu thức  với  và .   1. Rút gọn biểu thức P 2. Tính giá trị của P tại 3. Tính giá trị của P tại   **Bài 3:** Cho biểu thức  với  và .   1. Rút gọn biểu thức Q 2. Tính giá trị của Q tại 3. Tính giá trị của Q tại   **DẠNG 2: Rút gọn biểu thức P, tìm x để P=m**  **Cách giải tổng quát:**  *Bước 1: Rút gọn P*  *Bước 2: Giải phương trình P = m 🡺 tìm ra x*  *Bước 3: Đối chiếu x với điều kiện và kết luận.*  **Bµi 1**: Cho biÓu thøc: P =  a) Rót gän biÓu thøc P b)T×m c¸c gi¸ trÞ cña x ®Ó P = 2  **Bµi 2**: Cho biÓu thøc :  A =  a) Rót gän biÓu thøc A b) T×m c¸c gi¸ trÞ cña x ®Ó A =  **Bµi 3**: Cho biÓu thøc  A =  vµ B =   1. Rót gän A vµ B b) T×m x ®Ó A=B   **Bµi 4:** Cho biÓu thøc A =  a) Rót gän A b) T×m x ®Ó |A|=1  **Bµi 5**: Cho biÓu thøc A =  với x  0; x ≠9  a) Rót gän biÓu thøc A b) Tính giá trị của A khi x =4 c) Tìm x để A =  **Bµi 6**: Cho biÓu thøc :  A =  a)Rót gän biÓu thøc A b) T×m c¸c gi¸ trÞ cña x ®Ó A =  **DẠNG 3: Tìm x để P>m; P<m; …**  **Cách giải tổng quát:**  *Bước 1: Rút gọn P*  *Bước 2: Giải các bất phương trình P>m; P<m; …*  *Bước 3: Kết hợp với ĐK và kết luận* |

**Bµi 1:** Cho biÓu thøc Cho B =  với x ≥0; x ≠4

1. Rút gọn B b) Tìm x để B > 2

**Bµi 2**:Cho biÓu thøc:B

1. Rót gän B b) T×m x ®Ó B > 0 c) T×m x ®Ó B = -1.

**Bµi 3:** ChobiÓu thøc: P = 

1. Rót gän P b) T×m x ®Ó P < 0.

**Bµi 4**: Cho biÓu thøc : P =  víi x≥0; x≠4

1. Rót gän P b) So s¸nh P víi 1 c) T×m x ®Ó P <  .

**Bµi 5**: Cho biÓu thøc: P =

1. Rót gän B b) T×m x ®Ó B < 

**Bµi 6**: A =  víi x > 0 ; x ≠9

1. Rót gän A b) TÝnh gi¸ trÞ cña A khi x =  c) So s¸nh A víi 

**Bµi 7** : Cho biÓu thøc P = 

1. Rót gän biÓu thøc P b) T×m a ®Ó P < 4

**DẠNG 4: Rút gọn P, chứng minh P>m; P<m; …**

***Cách giải tổng quát:***

*Bước 1: Rút gọn P*

*Bước 2: Tính hiệu P-m*

*Bước 3: Nếu P-m>0 thì kết luận P>m*

*Nếu P-m0 thì kết luận Pm*

*Nếu P-m<0 thì kết luận P<m*

*Nếu P-m0 thì kết luận Pm*

**Bµi 1:**  Cho A =  với x≥0 ; x≠1

1. Rút gọn A
2. Chứng minh A < 

**Bµi 2:** Cho biÓu thøc M=  vµ biÓu thøc N=  víi x>0

1. Rót gän biÓu thøc M. 2.TÝnh gi¸ trÞ cña N t¹i x= 9 3. Chøng minh 

**Bµi 3:**  Cho biÓu thøc C = 

a/ Rót gän C b/ T×m c¸c gi¸ trÞ cña x sao cho C =  c/ Chøng minh C ≤ 

**DẠNG 5: Rút gọn P - So sánh P với m**

***Cách giải tổng quát:***

*Bước 1: Rút gọn P*

*Bước 2: Tính hiệu P-m*

*Bước 3: Nếu P-m>0 thì kết luận P>m*

*Nếu P-m0 thì kết luận Pm*

*Nếu P-m<0 thì kết luận P<m*

*Nếu P-m0 thì kết luận Pm*

**Bµi 1** : Cho biÓu thøc :

 ĐKXĐ: x > 0 , x 4

a, Rót gän P b, So s¸nh P víi 1

**Bµi 2**: Cho biÓu thøc B = 

a) Rót gän biÓu thøc B b) TÝnh gi¸ trÞ cña B khi x = 25 c) T×m x ®Ó B < 2

1. Rót gän Q. b) Víi gi¸ trÞ nµo cña a th× Q = 7. C) Víi gi¸ trÞ nµo cña a th× Q > 6.

**Bµi 3***:* Cho biểu thức G = 

1. Rút gọn G b) Tính giá trị G để x =  c) So sánh G với  d) Tìm x để G = 0

**Bµi 4:** Cho M =  víi x>0

1. Rót gän M 2. So s¸nh M víi 1

**Bµi 5**: Cho biÓu thøc: M = 1+ 

1. Rót gän M . b) T×m gi¸ trÞ cña a biÕt M = . c). So s¸nh gi¸ trÞ cña M víi .

**DẠNG 6: Rót gän biÓu thøc, t×m gi¸ trÞ cña x nguyªn ®Ó biÓu thøc cã gi¸ trÞ nguyªn**

***Cách giải tổng quát:***

*Bước 1: Rút gọn P*

*Bước 2:*

*2.1) Nếu P có dạng P =  thì P Z  Ư( m)*

*+ Cho f(x) bằng các giá trị ước của m để giải ra tìm x*

*+ Đối chiếu với ĐK và KL*

*2.2) Nếu P có dạng P= *

*+ Viết P dưới dạng P = h(x) + *

*+ Lập luận đưa về dạng 2.1*

**Bµi 1**: Cho biÓu thøc P = 

1. Rót gän P. b) T×m c¸c gi¸ trÞ nguyªn cña x ®Ó P nhËn gi¸ trÞ nguyªn d­¬ng.

**Bµi 2**. Cho biÓu thøc P = 

1. Rót gän P. b) T×m c¸c gi¸ trÞ cña x ®Ó P < 1. c)T×m c¸c gi¸ trÞ nguyªn cña x ®Ó P nhËn gi¸ trÞ nguyªn.

**Bµi 3** . Cho biÓu thøc:

P =

1. Rót gän P. b)T×m c¸c gi¸ trÞ nguyªn cña x ®Ó P nhËn gi¸ trÞ nguyªn. c)T×m c¸c gi¸ trÞ cña x ®Ó P = 

**Bµi 4**. Cho biÓu thøc P = 

1. a) Rót gän P. b) T×m a ®Ó  c) T×m c¸c gi¸ trÞ a  N ®Ó P  N

**Bµi 5:** Cho biÓu thøc.

1. Rót gän biÓu thøc A. 2. T×m c¸c gi¸ trÞ nguyªn cña x ®Ó A lµ sè nguyªn.

**Bµi 6:**  Cho P = 

1. Rót gän P b) T×m c¸c gi¸ trÞ cña a ®Ó P < 1 c) T×m P biÕt | a -1 |= 5 d) T×m aЄ Z ®Ó P Є Z;

**Bµi 7**: Cho biÓu thøc.

1. 1. Rót gän biÓu thøc A. 2. T×m c¸c gi¸ trÞ nguyªn cña x ®Ó A lµ sè nguyªn.

**DẠNG 7: Tìm tất cả các giá trị x để P nhận giá trị nguyên**

***Cách giải tổng quát:***

*Bước 1: Tìm được a≤ P ≤ b*

*Bước 2: Cho P bằng các giá trị nguyên trong đoạn từ a đến b*

*Bước 3: Tìm ra x ; đối chiếu ĐK và KL*

**Bµi 1 :**  Cho D =  víi x≥0 ; x≠1

1. Rót gän D b) T×m gi¸ trÞ cña D nÕu x = 16 c ) T×m x để D = 

d) T×m tất cả c¸c gi¸ trÞ cña x ®Ó D cã gi¸ trÞ nguyªn

**Bµi 2**: Cho biÓu thøc A =  với x≥0; x≠9; x≠25

a) Rót gän A. b) Chứng minh A < 2 c) Tìm x để A <1 d) Tìm x để A nguyên

**Bµi 3:** Cho biÓu thøc. với x≥0; x≠4

1. Rót gän biÓu thøc A. 2. Tìm giá trị của x để A = 2 3) T×m x ®Ó A nhận giá trị nguyªn.

**Bµi 4**: Cho A =  vµ B =  víi x 

1. TÝnh gi¸ trÞ cña A khi x = 25
2. Chøng minh B = c) T×m x ®Ó biÓu thøc P = A.B cã gi¸ trÞ nguyªn

**Bµi 5:** Cho biÓu thøc P=  Víi x>0; x≠1

1. Rót gän A b) T×m tÊt c¶ c¸c gi¸ trÞ cña x >  ®Ó P nhËn gi¸ trÞ nguyªn

**Bµi 6**: Cho M = ( ). víi x > 0 vµ x ≠ 1

1. Rót gän M b) T×m x ®Ó M nhËn gi¸ trÞ nguyªn

**DẠNG 8: Rút gọn và tìm GTLN, GTNN**

***Cách giải tổng quát:***

*Bước 1: Rút gọn*

*Bước 2:*

*2.1) Nếu P Có dạng P = *

*+ Nếu có f(x) ≥ a thì P ≤   P=  là GTLN*

*+ Nếu có f(x) ≤ a thì P ≥   P=  là GTNN*

*2.2 ) Nếu P Có dạng P =  thì viết P = h(x) + *

*+ Nếu h(x) là hằng số thì trở về dạng 2.1*

*+ Nếu h(x) là đa thức chứa biến thì biến đổi h(x) về giống f(x) rồi áp dụng bất đẳng thức Cosi*

**Bµi 1:**Cho biÓu thøc A = 

1. Rót gän biÓu thøc A. b) T×m x ®Ó A > 1 b) T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña 

**Bµi 2:** Cho biÓu thøc P = 

1. Rót gän biÓu thøc P. b) T×m x ®Ó P <-. C) T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña P

**Bµi 3:**  Cho A = 

a/ Rót gän A b/ T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña A

**Bµi 4**:Cho biÓu thøc A = 

1. Rót gän biÓu thøc A b) TÝnh gi¸ trÞ cña P nÕu a = 2 -  vµ b = 

c) Cho = 4, t×m gi¸ trÞ cña a vµ b ®Ó biÓu thøc A ®¹t gi¸ trÞ nhá nhÊt ?

**Bµi 5**: Cho biÓu thøc A = 

1. rót gän A. b) BiÕt a >1, h·y so s¸nh A víi . c) T×m a ®Ó A =2. d)T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña A

**Bµi 6:** Cho biÓu thøc P = 

a/ Rót gän P b/ TÝnh gi¸ trÞ cña P khi x = 7 - 4

c/ Víi gi¸ trÞ nµo cña x th× P ®¹t gi¸ trÞ nhá nhÊt vµ tÝnh gi¸ trÞ nhá nhÊt ®ã.

**Bµi 7:** Cho A = 

1. Rót gän A b) TÝnh gi¸ trÞ cña A biÕt x = 3 + 2 vµ y = 3 - 2

c) T×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña A biÕt : 

**Bµi 8**: Cho biÓu thøc. 

1. Rót gän biÓu thøc A. 2. T×m c¸c gi¸ trÞ nguyªn cña x ®Ó A lµ sè nguyªn. 3. T×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña A.

**Bµi tËp 9** Cho biÓu thøc A= víi x≥ 0 . x ≠ 1

1. Rót gän A 2. T×m x ®Ó A=  3. T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña A

**Bµi tËp 10** Cho P=  víi x>0 , x≠ 1

1. Rót gän P 2. TÝnh gi¸ trÞ cña P khi x= 3 3. Khi  x¸c ®Þnh, h·y t×m GTNN cña

**Bµi 11:** Cho biÓu thøc.



1. Rót gän biÓu thøc A. 2. T×m x ®Ó A ®¹t gi¸ trÞ nhá nhÊt

**Bµi 12**: Cho biÓu thøc. 

1.Rót gän biÓu thøc A. 2. TÝnh A biÕt .

3. T×m x, biÕt A = 8. 4. T×m c¸c gi¸ trÞ nguyªn cña x ®Ó A lµ sè nguyªn.

5. T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña A.

**Bµi 13**: Cho biÓu thøc:  víi x ≥ 0; x ≠ 1

1. Rót gän biÓu thøc A. 2. T×m gi¸ trÞ cña x ®Ó A ®¹t gi¸ trÞ nhá nhÊt.

**Bµi 14**: Cho biểu thức D = 

1. Rút gọn D b) Tính giá trị của D khi x =  c) Tìm giá trị lớn nhất của D

**Bµi 15:** 

a) Rót gän biÓu thøc A . b) TÝnh gi¸ trÞ cña A khi x =  c) Víi gi¸ trÞ nµo cña x th× A ®¹t GTNN

**Bµi 16:** Cho P = ( víi x ≥ 0

1. Rót gän P b) t×m x ®Ó P = c) T×m GTLN vµ GTNN cña P

**Bµi 17:**  Cho A = vµ B =  víi x ≥0; x≠1

1. TÝnh gi¸ trÞ cña B khi x= 36 b) Rót gän A c) T×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña biÓu thøc S = A.B

**Bµi 18**: Cho biÓu thøc : A=  vµ biÓu thøc B=  ( Víi x≥ 0; x≠ 9)

1) TÝnh gi¸ trÞ cña biÓu thøc A khi x = 25 2) Rót gän biÓu thøc B

3) T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc P= 

**DẠNG 9: Rút gọn P và tìm m để có x thỏa mãn điều kiện cho trước**

***Cách giải tổng quát:***

*Bước 1: Rút gọn P*

*Bước 2: Rút x theo m*

*Bước 3: Tìm điều kiện để có x, sau đó cho x thỏa mãn các điều kiện của đề bài*

**Bµi 1**: Cho biÓu thøc P = víi x>0; x≠4

1. Rót gän P 2) TÝnh gi¸ trÞ cña P khi x = 3) T×m m ®Ó cã x tháa m·n P=

Bµi 2: Cho biÓu thøc Q=  víi x>0; x≠1

1. Rót gän Q 2) T×m x ®Ó Q >0 3) T×m m ®Ó cã Q tháa m·n Q

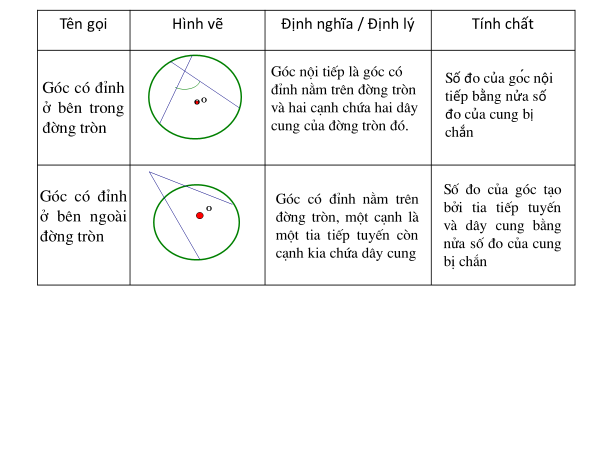
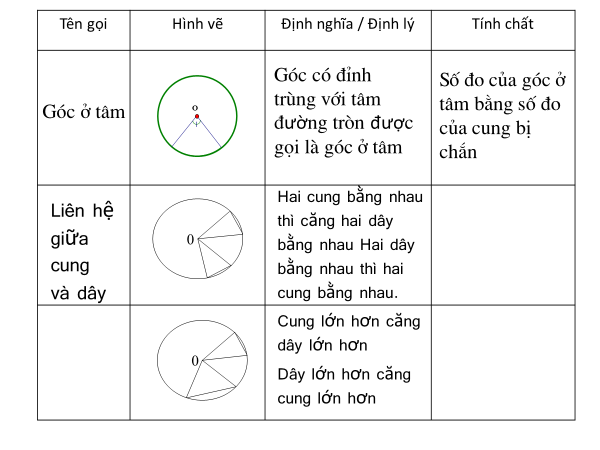
***HÌNH HỌC***

***TIẾT 1-10 HÌNH HỌC PHẲNG***

**Chuyên đề 7: Góc với đường tròn**

**Phần I: Góc với đường tròn**

**1.Hệ thống lý thuyết:**



**2.Hệ thống bài tập:**

**Bài 1.** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa đường tròn đó lấy 2 điểm M và N sao cho  = . Gọi giao điểm của AM với BN là P, của AN với BM là H. Chứng minh:

a) PH AB b) Tứ giác AMNB là hình gì? Vì sao?

**Bài 2.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Đường cao AH cắt đường tròn (O) ở M, đường cao BK cắt đường tròn (O) ở N. Chứng minh rằng:

a)  =  b) AC là tia phân giác của .

**Bài 3.** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn, đường phân giác của  cắt đường tròn ở P, đường cao AH cắt cạnh BC ở H. Chứng minh.

a) OP//AH b) AP là phân giác của .

**Bài 4:** Cho tam giác cân ABC ( AB = AC) nội tiếp đường tròn (O). Tia phân giác của góc B và góc C cắt đường tròn ở D và E.

a) So sánh hai tam giác ACE và ABD.

b) Gọi I là giao điểm của BD và CE. Tứ giác ADIE là hình gì? Vì sao ?

**Bài 5 :** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi H là trực tâm của tam giác. Tia AO cắt đường tròn ở D.

a) Tứ giác BHCD là hình gì? Tại sao?

b) Gọi I là trung điểm BC, chứng minh OI =  AH.

**Bài 6:** Cho đường trong (O) dây MN và tiếp tuyến Mx. Trên Mx lấy điểm T sao cho MT = MN. Tia TN cắt đường trong (O) ở S. Chứng minh:

a) SM = ST

b) TM2 = TN.TS.

**Bài 7:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và một điểm C nằm trên nửa đường tròn. Gọi D là một điểm trên đường kính AB, qua D kẻ đường vuông góc với AB cắt BC ở F, cắt AC ở E. Tiếp tuyến của nửa đường tròn ở C cắt EF ở I. Chứng minh:

a) I là trung điểm của EF

b) Đường thẳng OC là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác ECF.

**Bài 8.** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, dây AC, tiếp tuyến Ax. Phân giác của  cắt BC ở D, cắt nửa đường tròn ở E. Gọi H là giao điểm của AC với BE. Chứng minh.

a) OE AC

b) E là trung điểm của AD

c) DH AB.

**Bài 9.** Cho tam giác ABC cân ở A, nội tiếp đường tròn (O). Gọi D là 1 điểm trên cạnh BC, tia AD cắt đường tròn ở E. Chứng minh.

a) AB2 = AD.AE

b) AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BED.

**Bài 10**. Cho nửa đường tròn (O; R) và điểm M nằm bên ngoài đường tròn. Qua M kẻ tiếp tuyến MT với nửa đường tròn (T là tiếp điểm) và cát tuyến MAB (A nằm giữa M và B). Chứng minh MT2 = MA . MB.

**Bài 11.** Cho đường tròn (O ; R), hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia CO lấy điểm S. SA cắt đường tròn ở M, tiếp tuyến của đường tròng ở M cắt CD ở P, BM cắt CD ở T. Chứng minh:

a) PT. MA = MT.OA

b) PS = PM = PT;

c) Biết PM = R, tính TA.SM theo R.

**Bài 12.** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax và dây AC của nửa đường tròn. Gọi D là điểm chính giữa cung AC. Giao điểm của AD và BC là E. Tia BD cắt AC và Ax theo thứ tự tại K và F. Chứng minh:

Tam giác ABE cân;

AB vuông góc với EK;

Tứ giác AKEF là hình thoi;

Cho sin. Chứng minh rằng AK = 2.CK

**Bài 13:** Từ 1 điểm A ở ngoài đường tròn (O) ta vẽ tiếp tuyến AB và cát tuyến ACD. Tia phân giác của cắt BC, BD lần lượt tại M và N. Vẽ dây BFMN cắt MN tại H, cắt CD tại E.

Chứng minh rằng: a) cân

b) FD2 = EF.FB

**Bài 14.** Cho đường tròn (O) và điểm S nằm bên ngoài đường tròn. Từ S kẻ hai tiếp tuyến SA, SA’ (A và A’ là tiếp điểm) và cát tuyến SBC tới đường tròn. Phân giác của cắt BC ở D, cắt đường tròn ở E. Gọi H là giao điểm của OS và AA’, G là giao điểm OE và BC còn F là giao điểm của AA’ với BC.

Chứng minh: a) là tam giác cân.

b) SA2 = SF.SG

**Bài 15.** Từ điểm P nằm ngoài đường tròn tâm O, vẽ tiếp tuyến PA với đường tròn. Qua trung điểm B của đoạn thẳng PA vẽ cát tuyến BCD với đường tròn (C nằm giữa B và D). Các đường thẳng PC và PD cắt đường tròn (O) lần lượt ở E và F. Chứng minh :

a)  b) AP // EF

**Bài 16:** Từ một điểm A ở ngoài đường tròn (O) ta vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn ( B, C là các tiếp điểm). Vẽ dây CD // AB. Đường thẳng AD cắt đường tròn tại điểm thứ hai là E. Tia CE cắt AB tại M.

a) Chứng minh MB2 = MC.ME.

b) Kẻ đường kính BI, chứng minh rằng CI // AO.

c) Chứng minh rằng M là trung điểm của AB.

**Bài 17:** Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Điểm D di chuyển trên cung AC. Gọi E là giao điểm của AC và BD, gọi F là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng:

a) 

b) Tích AE.BF không đổi.

**Bài 18:** Cho tam giác ABC cân ở A, nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi D là một điểm trên cạnh BC, tia AD cắt đường tròn ở E. Chứng minh.

a) AB2 = AD.AE

b) AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BED

**Bài 19:**  Cho hai đường tròn (O) và (O’) ở ngoài nhau. Đường nối tâm OO’ cắt các đường tròn (O) và (O’) tại các điểm A, B, C, D theo thứ tự trên đường thẳng. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài EF, E  (O), F’  (O’). Gọi M là giao điểm của AE và DF, N là giao điểm của EB và FC. Chứng minh rằng:

a) MENF là hình chữ nhật

b) MN vuông góc với AD.

c) ME.MA = MF.MD

**Bài 20:** Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R và E là điểm bất kỳ trên đường tròn đó ( E  A, B). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K.

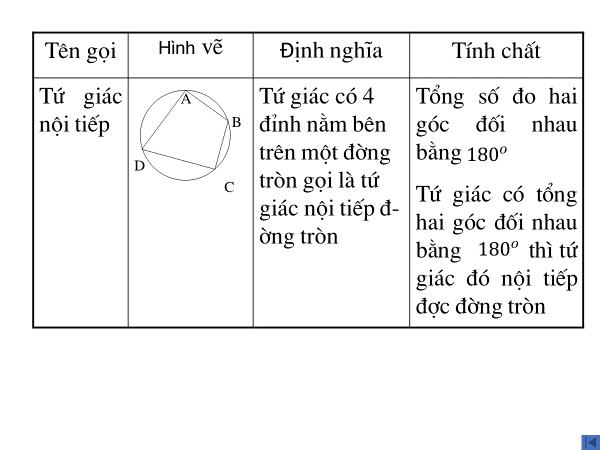
a) Chứng minh  KAF   KEA.

b) Gọi I là giao điểm đường trung trực đoạn EF với OE. Chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

c) Chứng minh MN // AB, trong đó M và N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE với đường tròn (I).

**Phần 2: Tứ giác nội tiếp**

**1.Hệ thống lý thuyết:**



**2.Hệ thống bài tập:**

**Bài 1.** Cho đường tròn (O) và một đường thẳng d nằm bên ngoài đường tròn. Từ O kẻ OH  d, qua H kẻ đường thẳng cắt đường tròn (O) ở A và B. Tiếp tuyến của đường tròn tại A và B cắt đường thẳng d lần lượt ở D và E.

Chứng minh bốn điểm A, O, D, H cùng thuộc một đường tròn và bốn điểm O, H, B, E cùng thuộc một đường tròn.

So sánh các góc 

Chứng minh H là trung điểm của DE.

**Bài 2:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Hai tiếp tuyến Ax và By. Gọi C là điểm nằm giữa A và B, M là một điểm nằm trên nửa đường tròn. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với CM cắt Ax ở D, cắt By ở E.

Chứng minh tứ giác ACMD và BCME là tứ giác nội tiếp.

So sánh  với  và  với .

Chứng minh tam giác CDE là tam giác vuông.

**Bài 3:** Cho tam giác ABC vuông ở A, AB < AC, đường cao AH. Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho HB = HD. Từ C kẻ CE  AD. Chứng minh:

Tứ giác AHEC là tứ giác nội tiếp.

CB là tia phân giác của góc .

Tam giác AHE là tam giác cân.

**Bài 4:** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BB’ và CC’. Tia AO cắt đường tròn ở D và cắt B’C’ ở I. Chứng minh:

Tứ giác BCB’C’ là tứ giác nội tiếp.

AB’C’  ABC.

Tứ giác B’IDC là tứ giác nội tiếp.

Chứng minh AD  B’C’

**Bài 5:**  Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi I là giao điểm các phân giác của góc  và , còn E là giao điểm các phân giác ngoài của góc  và, M là giao điểm của AE với đường tròn (O). Chứng minh:

Tứ giác BICE là tứ giác nội tiếp.

M là trung điểm của IE.

**Bài 6:** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn(O; R). Hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: Tứ giác ADHE nội tiếp được đường tròn

b) Gọi I và K lần lượt là giao của các tia BD và CE với đường tròn (O)

Chứng minh: Tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp và KI // ED

c) Chứng minh: OA vuông góc với ED

d) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng AH = 2. OM

**Bài 7:** Cho đường tròn (O;R), dây cung EF không đi qua tâm. Trên tia đối của tia EF lấy điểm M, qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm) , MO cắt AB tại I.

a) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp

b) Chứng minh OMAB và OI.OM = R2

c) Gọi H là trung điểm của EF đường thẳng OH cắt AB tại N. Chứng minh  OHI   OMN

d) Khi M di chuyển trên tia đối của tia EF. Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 8:** Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MPQ với đường tròn (A, B là các tiếp điểm, P nằm giữa M và Q).

a) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh MA2 = MP . MQ

c) Gọi E là trung điểm của dây PQ và F là giao điểm thứ hai của đường thẳng AE với đường tròn. Chứng minh BF // PQ

d) AB cắt MO tại H, AB cắt ME tại K. C/m MH . MO = MK. ME

e) Xác định vị trí của cát tuyến MPQ để diện tích  MFQ lớn nhất.

**Bài 9:** Cho đường tròn (O), một dây AB và một điểm C ở ngoài đường tròn (C nằm trên tia BA). Từ điểm P chính giữa của cung AB, kẻ đường kính PQ của đường tròn cắt dây AB tại D. Tia CP cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I. Các dây AB và QI cắt nhau tại K.

Chứng minh tứ giác PDKI là tứ giác nội tiếp

Chứng minh CI.CP = CK.CD

Chứng minh: IC là đường phân giác ngoài tại đỉnh I của  AIB

Giả sử A, B, C cố định, Chứng minh rằng khi đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua A, B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 10.** Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp trong đường tròn (O). Từ B và C kẻ 2 tiếp tuyến với đường tròn, chúng cắt nhau tại D. Từ D kẻ cát tuyến song song với AB cắt đường tròn tại E, F và cắt AC tại I.

a) Chứng minh 

b) Chứng minh 4 điểm O, I, C, D nằm trên một đường tròn.

c) Chứng minh IE = IF

d) Cho B, C cố định, khi A chuyển động trên cung BC lớn thì I di chuyển trên đường nào.

**Bài 11.** Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm (O). Gọi M là điểm chính giữa cung BC (không chứa điểm A và D). MA và CD kéo dài cắt nhau tại E. MD và AB kéo dài cắt nhau tại F, dây MA và MD cắt BC lần lượt tại K và I.

a) Chứng minh rằng : MA.ME = MD.MF

b) Chứng minh rằng tứ giác ADIK nội tiếp

c) Chứng minh rằng : OM  EF

d) Chứng minh rằng: MB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp  ABK.

**Bài 12.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), các đường cao BD và CE. Chứng minh rằng:

a) BEDC là tứ giác nội tiếp. b) AD.AC = AE.AB

c) .

**Bài 13.** Cho đường tròn (O), dây AB. Các tiếp tuyến với đường tròn tại A và tại B cắt nhau ở C. Trên dây AB lấy điểm E (EA > EB). Đường vuông góc với OE tại E cắt CA và CB theo thứ tự ở I và K. Chứng minh rằng:

a) OAIE, OEBK là các tứ giác nội tiếp.

b) Tam giác OIK là tam giác cân.

c) AI = BK

d) OICK là tứ giác nội tiếp.

**Bài 14.** Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB cố đinh. Vẽ đường kinh MN của đường tròn (O;R) (M ≠ A; M ≠ B). Tiếp tuyến của đường tròn (O;R) tại B cắt đường thẳng AM, AN lần lượt tại các điểm Q, P.

a) Chứng minh tứ giác AMBN là hình chữ nhật.

b) Chứng minh bốn điểm M,N,P,Q cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi E là trung điểm BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại E căt PQ tại điểm F.Chứng minh F là trung điểm của BP và ME // NF.

d) Khi đường kính MN quay quanh tâm O và thoả mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính MN để tứ giác MNPQ có diện tích nhỏ nhất.

**Bài 15.** Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R). Từ A kẻ đường thẳng d không đi qua tâm O, cắt đường tròn (O; R) tại B và C ( B nằm giữa A và C). Các tiếp tuyến với (O;R) tại B và C cắt nhau ở D. Từ D kẻ DH vuông góc với AO ( H nằm trên AO) cắt cung nhỏ BC tại M. Gọi E là giao điểm của DO và BC.

a) Chứng minh DHOC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh OH.OA = OE.OD

c) Chứng minh AM là tiếp tuyến của (O; R)

**Bài 16.** Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

a) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh DA.DE = DB.DC.

c) Chứng minh  = . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Cho biết DF = R, chứng minh tan = 2.

**Bài 17:** Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn. Trên Ax lấy điểm K (AK > R). Qua K kẻ tiếp tuyến KM tới đường tròn (O). Đường thẳng d vuông góc AB tại O, d cắt MB tại E.

a) Chứng minh KAOM là tứ giác nội tiếp.

b) OK cắt AM tại I, Chứng minh OI. OK không đổi khi K chuyển động trên Ax.

c) Chứng minh KAOE là hình chữ nhật.

d) Gọi H là trực tâm của tam giác KMA. Chứng minh rằng khi K chuyển động trên Ax thì H luôn thuộc một đường tròn cố định.

**Bài 18:** Từ điểm M ở bên ngoài đường tròn vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O). Vẽ đường kính AC, tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt AB ở D. Giao của MO và AB là I. Chứng minh rằng.

Tứ giác OIDC nội tiếp.

Tích AB.AD không đổi khi M di chuyển

MA.CD = AC.AO



**Bài 19:** Cho đường tròn (O), một dây AB và một điểm C ở ngoài đường tròn và nằm trên tia BA. Từ điểm P chính giữa cung lớn AB kẻ đường kính PQ của đường tròn cắt dây AB tại D. Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I. Các dây AB và QI cắt nhau tại K.

a) Chứng minh tứ giác PDKI nội tiếp.

b) Chứng minh CI.CP = CK.CD.

c) Chứng minh IC là phân giác ngoài ở đỉnh I của tam giác AIB.

d) Giả sử A, B, C cố định, chứng minh rằng khi đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua A, B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 20.** Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho Kẻ dây tại I. Gọi C là điểm tuỳ ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối AC cắt MN tại E.

a) Chứng minh tứ giác IECB là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AM2= AE.AC

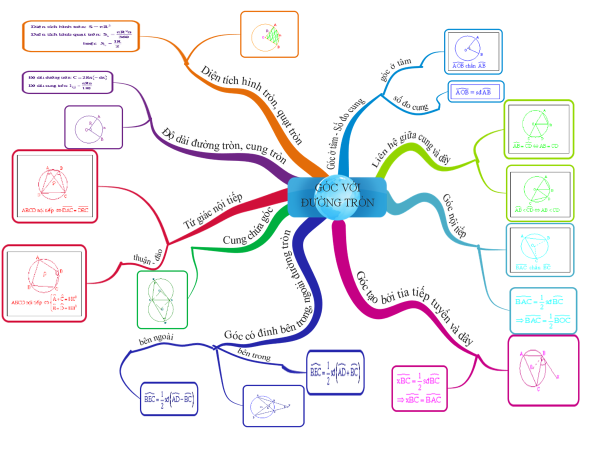
c) Chứng minh AE.AC – AI.IB = AI2

d) Chứng minh MA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp  CME.

e) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

***Phần 3:Ôn tập tổng hợp***

**1.Hệ thống lý thuyết bằng sơ đồ tư duy( GV cho HS làm)**



**2.Hệ thống bài tập:**

**Bài 1.**Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

a) Chứng minh tứ giác CBKH là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh

c) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho BE = AM. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.

d) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A. Cho P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và . Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

**Bài 2:** Cho đường tròn (O) và điểm A ở ngoài đường tròn. Đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại 2 điểm B và C (AB < AC). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại 2 điểm D và E (AD < AE). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt CE tại F.

Chứng minh ABEF là tứ giác nội tiếp.

Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O). Chứng minh DM vuông góc AC

Chứng minh 

**Bài 3.** Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự ấy và một đường thẳng d vuông góc với AC tại A. Vẽ đường tròn đường kính BC và trên đó lấy điểm M bất kỳ. Tia CM cắt đường thẳng d tại D. Tia AM cắt đường tròn tại điểm thứ hai là N. Tia DB cắt đường tròn tại điểm thứ hai là P.

a) Chứng minh tứ giác ABMD nội tiếp được.

b) Chứng minh tích CM.CD không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

c) Chứng minh rằng AD // NP.

d) Chứng minh rằng trọng tâm G của tam giác MAC thuộc đường tròn cố định khi M di động.

**Bài 4.** Cho tam giác ABC. Hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H. Gọi D là điểm đối xứng của H qua trung điểm M của BC

a) Chứng minh tứ giác ABDC nội tiếp được trong một đường tròn. Xác định tâm O của đường tròn đó.

b) Đường thẳng DH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I.

Chứng minh năm điểm A, I, F, H, E cùng nằm trên một đường tròn.

**Bài 5.** Cho đường tròn tâm (O). Vẽ hai dây AB và CD vuông góc tại M ở bên trong đường tròn. Từ A vẽ một đường thẳng vuông góc với đường thẳng BC cắt đường thẳng này tại H, cắt đường thẳng CD tại E. Gọi F là điểm đối xứng của C qua AB. Tia AF cắt tia BD tại K. Chứng minh

a) 

b) Tam giác ADE cân

c) Tứ giác AHBK nội tiếp

**Bài 6.** Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn. Hạ OH vuông góc với d tại H. Nối AB cắt OH tại K, cắt OM tại I. Tia OM cắt đường tròn (O; R) tại E.

a) Chứng minh bốn điểm A, O, B, M thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh OK.OH = OI.OM.

c) Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB

d) Tìm vị trị của M trên đường thẳng d để diện tích  OIK có giá trị lớn nhất.

**Bài 7.** Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O; R). P là điểm chính giữa cung AB (cung không chứa C và D). Hai dây PC và PD lần lượt cắt dây AB tại E, F.

Chứng minh PA2 = PD.PF

Chứng minh tứ giác FECD nội tiếp

Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác ADF tiếp xúc với AP tại A.

**Bài 8:** Cho  ABC vuông ở A và điểm I trên cạnh AC. Vẽ đường tròn đường kính IC cắt BC ở E, cắt BI ở D ( D  I). Chứng minh:

a) Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn.

b) I là tâm đường tròn nội tiếp  ADE;

c) Ba đường thẳng AB, CD, EI đồng quy

**Bài 9:** Qua điểm A ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ cát tuyến ABC với đường tròn (O). Các tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại B và C cắt nhau tại K. Qua K kẻ đường thẳng vuông góc với OA, cắt OA tại H và cắt đường tròn (O) tại E và F (E nằm giữa K và F). Gọi M là giao điểm của OK và BC. Chứng minh:

a)  b) 

c) Tứ giác EMOF nội tiếp d) AE và AF là tiếp tuyến của đường tròn (O)

**Bài 10.** Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (CA, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (DB, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

Chứng minh DA.DE = DB.DC

Chứng minh . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, Chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

**Bài 11.** Cho đường tròn( O) , AB là dây cung của (O) ; đường kính PQ của đường tròn vuông góc với AB tại I ( P thuộc cung nhỏ AB). Trên tia đối của tia BA lấy điểm M ( góc AQM  900), MQ cắt (O) tại E, PE cắt AB tại D

a) Chứng minh tứ giác DIQE nội tiếp được đường tròn

b) Chứng minh PE .PD = PI . PQ

c) Qua A kẻ đường thẳng song song với PE cắt (O) tại F. Chứng minh BE vuông góc với QF

d) Từ D kẻ DH vuông góc với PM. Chứng minh : IP,ME, DH đồng quy.

e) Xác định vị trí của M để D là trung điểm của BI

**Bài 12.** Cho đường tròn (O;R), dây BC < 2R. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A. Từ A kẻ 2 tiếp tuyến AE, AF. Gọi I là trung điểm của dây BC. EF cắt OA tại N và cắt BC tại K, FI cắt đường tròn tại điểm thứ hai M.

a) Chứng minh rằng tứ giác AEOF nội tiếp được.

b) Chứng minh 

c) Chứng minh 

d) Chứng minh EM//BC

e) Giả sử A, B, C cố định, đường tròn (O) thay đổi. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ONI luôn thuộc 1 đường thẳng cố định.

**Bài 13.** Cho đường tròn (O; R) dây cung EF. Trên tia dối của tia EF lấy điểm M, qua M kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB với đường tròn, MO cắt AB tại I

Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp

Chứng minh

Gọi H là trung điểm của EF và đường thẳng OH cắt AB tại N. Chứng minh 

Khi M di chuyển trên tia đối của tia EF. Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua 1 điểm cố định.

**Bài 14.** Cho đường tròn tâm O và dây BC cố định, điểm A thuộc cung lớn BC. Tia phân giác của  và  cắt nhau tại E. Tia AE cắt BC tại M và cắt đường tròn (O) tại D.

Chứng minh BD2 = DM. DA

Chứng minh  DBE là tam giác cân

Kẻ tia Cx là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C. Các tia AB và CD cắt nhau tại K, tia AD cắt tia Cx tại I. Chứng minh 

d) Chứng minh rằng AB. AC = AM2 + MB. MC

**Bài 15.** Cho đường tròn (O; R) có hai đường kính AB và CD vuông góc. Gọi I là trung điểm của OB. Nối CI cắt đường tròn (O; R) tại E. Nối AE cắt CD tại H, nối BD cắt AE tại K;

a) Chứng minh BOHE là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AH . AE = 2R2

c) Tính tan 

d) Chứng minh OK BD

**Bài 16 :**  Cho đường tròn (O ; R). Lấy điểm M tùy ý ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến MB và MC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AB

a) Chứng minh MBOC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AC // OM.

c) Đường thẳng qua O và vuông góc với AB cắt MC tại K, cắt AC tại E.

Chứng minh tứ giác EMBO là hình chữ nhật.

d) Điểm K di chuyển trên đường nào nếu điểm M chạy trên đường tròn (O; 2R)

**Bài 17:** Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (CA, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (DB, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

a) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh DA.DE = DB.DC

c) Chứng minh . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, Chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

**Bài 18:** Cho đường tròn (O; R) dây cung EF. Trên tia dối của tia EF lấy điểm M, qua M kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB với đường tròn, MO cắt AB tại I

a) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp

b) Chứng minh

c) Gọi H là trung điểm của EF và đường thẳng OH cắt AB tại N. Chứng minh 

d) Khi M di chuyển trên tia đối của tia EF. Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua 1 điểm cố định.

**Bài 19:** Cho đường tròn (O) bán kính R đường kính BC. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A sao cho . Qua A kẻ đường thẳng d  AC. M là một điểm bất kỳ trên đường tròn (O). Tia CM cắt đường thẳng d tại D. Tia AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N. Tia DB cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai P.

a) Chứng minh các tứ giác ABMD và ADCP nội tiếp.

b) Chứng minh tích: CM.CD không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

c) Chứng minh tứ giác APND là hình thang.

d) Chứng minh trọng tâm G của MAC chạy trên một đường tròn cố định khi M di chuyển trên đường tròn (O).

**Bài 20:** Cho đường tròn (O; R) với dây AB cố định (AB không qua O). Điểm M thuộc cung lớn AB của đường tròn . Gọi I là trung điểm dây AB. Vẽ đường tròn (O’) qua M, tiếp xúc với AB tại A. Tia MI cắt đường tròn (O’) tại N, cắt đường tròn (O; R) tại C.

a) Chứng minh AN // BC.

b) Chứng minh INB IBM

c) Chứng minh BI là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MBN.

d) C/m rằng: bốn điểm A, B, N, O thuộc một đường tròn khi AB = R

**Bài 21:** Cho đường tròn (O; R) với dây AB cố định (AB không qua O). Điểm M thuộc cung lớn AB của đường tròn . Gọi I là trung điểm dây AB. Vẽ đường tròn (O’) qua M, tiếp xúc với AB tại A. Tia MI cắt đường tròn (O’) tại N, cắt đường tròn (O; R) tại C.

a) Chứng minh AN // BC.

b) Chứng minh INB IBM

c) Chứng minh BI là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MBN.

d) C/m rằng: bốn điểm A, B, N, O thuộc một đường tròn khi AB = R

**Bài 22:**  Cho đường tròn (O, R) đường kính AB. Trên nửa đường tròn (O) lấy hai điểm M, N theo thứ tự A, M, N, B ( hai điểm M, N khác hai điểm A, B). AM cắt BN tại C, AN cắt BM tại D.

a) Chứng minh MCND là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H là giao điểm của CD và AB . Chứng minh BN.BC = BH.BA

c) Chứng minh các tiếp tuyến tại M và N của đường trong (O) cắt nhau tại một điểm nằm trên đường thẳng CD.

**Bài 23:** Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R). Từ A kẻ đường thẳng d không đi qua tâm O, cắt đường tròn (O; R) tại B và C ( B nằm giữa A và C). Các tiếp tuyến với (O;R) tại B và C cắt nhau ở D. Từ D kẻ DH vuông góc với AO ( H nằm trên AO) cắt cung nhỏ BC tại M. Gọi E là giao điểm của DO và BC.

a) Chứng minh DHOC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh OH.OA = OE.OD

c) Chứng minh AM là tiếp tuyến của (O; R)

**Bài 24.** Cho đường tròn (O; R) có hai đường kính AB và CD vuông góc. Gọi I là trung điểm của OB. Nối CI cắt đường tròn (O; R) tại E. Nối AE cắt CD tại H, nối BD cắt AE tại K;

a) Chứng minh BOHE là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AH . AE = 2R2

c) Tính tan 

d) Chứng minh OK BD

**Bài 25:** Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn. Trên Ax lấy điểm K (AK > R). Qua K kẻ tiếp tuyến KM tới đường tròn (O). Đường thẳng d vuông góc AB tại O, d cắt MB tại E.

a) Chứng minh KAOM là tứ giác nội tiếp.

b) OK cắt AM tại I, Chứng minh OI. OK không đổi khi K chuyển động trên Ax.

c) Chứng minh KAOE là hình chữ nhật.

d) Gọi H là trực tâm của tam giác KMA. Chứng minh rằng khi K chuyển động trên Ax thì H luôn thuộc một đường tròn cố định.

**Bài 26.** Cho nửa đường tròn đường kính AB và một điểm M bất kỳ trên nửa đường tròn (M khác A, B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, người ta kẻ tiếp tuyến Ax. Tia BM cắt Ax tại I. Tia phân giác của góc IAM cắt nửa đường tròn tại E, cắt tia BM tại F. Tia BE cắt tia Ax tại H, cắt AM tại K.

a) Chứng minh IA2 = IM . IB b) Chứng minh ∆ BAF cân

c) Chứng minh tứ giác AKFH là hình thoi.

d) Điểm F chạy trên đường nào khi M di chuyển trên nửa đường tròn không trùng A và B.

**Bài 27:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O). Trên tia Ax lấy điểm C cố định sao cho AC > AB; CB cắt (O) tại D (D khác B). Qua trung điểm E của AC dựng đường thẳng vuông góc với AC cắt BC tại F.

a) Chứng minh các điểm A, D, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi M là một điểm bất kỳ trên cung lớn BD của (O) (M khác B và D). Chứng minh 

c) Giả sử đường tròn nội tiếp tam giác AED có độ dài đường kính bằng độ dài đoạn OA. Tính giá trị của .

d) Gọi P là điểm thay đổi trên đoạn AC, đường thẳng BP cắt đường tròn (O) tại N. Hỏi khi P di chuyển trên AC thì tâm đường tròn ngoại tiếp  CPN chạy trên đường nào?

**Bài 28:** Cho đường tròn (O; R) với dây AB cố định (AB không qua O). Điểm M thuộc cung lớn AB của đường tròn . Gọi I là trung điểm dây AB. Vẽ đường tròn (O’) qua M, tiếp xúc với AB tại A. Tia MI cắt đường tròn (O’) tại N, cắt đường tròn (O; R) tại C.

a) Chứng minh AN // BC.

b) Chứng minh INB IBM

c) Chứng minh BI là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MBN.

d) C/m rằng: bốn điểm A, B, N, O thuộc một đường tròn khi AB = R

**Bài 29:** Cho hai đường tròn (O; R) và đường tròn (O’; R’), cắt nhau tại A và B trong đó tâm của đường tròn này nằm trên đường tròn kia.

a) Tứ giác AOBO’ là hình gì? Vì sao?

b) Tính số đo các cung AB của mỗi đường tròn;

c) Tính SAOBO’

**Bài 30:** Từ một điểm A ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến AB; AC (B, C là các tiếp điểm), chúng tạo với nhau một góc . Trên cung nhỏ  lấy một điểm D. Tiếp tuyến tại D cắt AB và AC lần lượt tại E và F. Các tia OE, OF cắt đường tròn tại M và N.

a) Chứng minh rằng cung nhỏ  có số đo không đổi.

c) Muốn sđ = 600, thì điểm A phải cách O một khoảng bao nhiêu?

**TIẾT 11-14 CHỦ ĐỀ 7 : HÌNH HỌC KHÔNG GIAN**

**I. Kiến thức cơ bản cần nhớ**

|  |  |
| --- | --- |
| **1. Hình trụ** | Diện tích xung quanh:    Diện tích toàn phần:  Thể tích: |
| **2. Hình nón** | Diện tích xung quanh:  Diện tích toàn phần:  Thể tích: |
| **3. Hình cầu**    **4. Hình nón cụt** | Diện tích mặt cầu:  Thể tích hình cầu:  Diện tích xung quanh:  Thể tích: |

**II. Bài tập.**

**Bài 1.** Một hình trụ có bán kính đáy bằng  đường cao. Khi cắt hình trụ này bằng một mặt phẳng đi qua trục thì mặt cắt là một hình chữ nhật có diện tích là . Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ. *Đs:* *Sxq = 50(cm2) ; V = 62,5(cm3)*

**Bài 2.** Một hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy. Biết thể tích của hình trụ là

. Tính diện tích xung quanh của hình trụ. *Đs:* *Sxq = 64(cm2)*

**Bài 3.** Một hình trụ có bán kính đáy là . Biết diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Tính chiều cao của hình trụ. *Đs:* *h = R = 3(cm)*

**Bài 4.** Một hình trụ có diện tích xung quanh là  và diện tích toàn phần là . Tính thể tích của hình trụ đó. *Đs:*  *V = 20(cm3)*

**Bài 5.** Cho tam giác ABC vuông tại C. Biết BC = *a*, AC = *b*. Quay tam giác vuông này một vòng lần lượt quanh cạnh AC và BC, được một hình nón đỉnh A và một hình nón đỉnh B. Hãy so sánh tỷ số thể tích của hai hình nón và tỷ số diện tích xung quanh của hai hình nón ấy. *Đs:*  **

**Bài 6.** Một hình quạt tròn có bán kính  và góc ở tâm là . Người ta uốn hình quạt này thành một hình nón. Tính số đo nửa góc ở đỉnh của hình nón đó.

*Đs:= 0,4*

**Bài 7.** Một hình nón có bán kính đáy bằng  và diện tích xung quanh là . Tính thể tích của hình nón đó. *Đs:*  *V = 100(cm3)*

**Bài 8.** Một hình nón có đường sinh dài và diện tích xung quanh là .

a) Tính chiều cao của hình nón đó.

b) Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình nón đó.

*ĐS: a)  b) , .*

**Bài 9.** Một chiếc xô hình nón cụt làm bằng tôn để đựng nước. Các bán kính đáy là  và , chiều cao là . Tính dung tích của xô.

*ĐS:  lít*

**Bài 10.** Từ một khúc gỗ hình trụ cao , người ta tiện thành một hình nón có thể tích lớn nhất. Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là .

a) Tính thể tích khúc gỗ hình trụ.

b) Tính diện tích xung quanh hình nón.

*ĐS: a)  b) *

**Bài 11.** Một hình cầu có số đo diện tích mặt cầu (tính bằng ) đúng bằng số đo thể tích của nó (tính bằng ). Tính bán kính của hình cầu đó.  *ĐS: .*

**Bài 12.** Một hình cầu có diện tích bề mặt là . Tính thể tích hình cầu đó.

*ĐS: .*

**Bài 13.** Cho tam giác đều ABC cạnh *a*, đường cao AH. Ta quay nửa đường tròn nội tiếp, nửa đường tròn ngoại tiếp tam giác đều này và tam giác vuông ABH một vòng quanh AH, được hai mặt cầu và một hình nón. Tính:

a) Tỉ số diện tích hai mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình nón.

b) Tỉ số thể tích của hai hình cầu nói trên.

c) Thể tích phần không gian giới hạn bởi hình nón và hình cẩu ngoại tiếp hình nón.

*ĐS: . a)  b)  c) .*

**Bài 14.** Một hình cầu nội tiếp trong một hình trụ. Cho biết diện tích mặt cầu là . Hãy tính:

a) Diện tích toàn phần của hình trụ.

b) Thể tích hình trụ. *ĐS: a)  b) .*

**Bài 15.** Tam giác ABC vuông tại A có BC = 2*a* và . Quay tam giác vuông này một vòng quanh cạnh AB ta được một hình nón đỉnh B. Chứng minh rằng diện tích toàn phần của hình nón ấy bằng diện tích mặt cầu có đường kính AB.

*ĐS: .*

**Bài 16.** Người ta chia hình tròn  thành hai hình quạt có các số đo cung là  và . Từ hai hình quạt này người ta uốn lại thành hai hình nón.

a) Tính nửa góc ở đỉnh của mỗi hình nón.

b) Tính thể tích của mỗi hình nón.

c) Tính tỉ số diện tích toàn phần của hai hình nón.

*ĐS: a)  .*

* .*

*b) ,  c) .*

**Bài 17.** Một hình trụ có bán kính của đường tròn đáy bằng 7cm, diện tích xung quanh của hình trụ là 440cm2(lấy ). Tính:

a) Chiều cao của hình trụ.

1. Diện tích toàn phần của hình trụ.
2. Thể tích của hình trụ.

d) Tính thể tích của hình cầu có bán kính bằng bán kính đáy của hình trụ.

*ĐS:*

1. Sxq = 2Rh = 2..7.h = 440 suy ra 44h = 440, h = 10cm
2. Stp = 748cm2
3. Vtrụ  = 1540cm3
4. 

**Bài 18.** Một hình nón có đáy trùng với đáy của hình trụvà đỉnh trùng với tâm đường tròn đáy trên của hình trụ. Tính diện tích xung quanh hình nón, biết thể tích hình trụ là 16, chiều cao của hình nón bằng hai lần bán kính đường tròn đáy của nó.

*ĐS:R = 2;* Sxq = 8

**Bài 19.** Cho một hình nón có bán kính đáy là 6cm, diện tích xung quanh là 72cm.

Một mặt phẳng song song với đáy của hình nón và đi qua trung điểm của đường cao

tạo thành một hình nón cụt . Tính thể tích của hình nón cụt đó.

*ĐS:  ; ; V1 – V2 = *

**Bài 20.** Cho một hình nón đỉnh S, tâm hình tròn đáy là O và một hình cầu nội tiếp

hình nón có tâm là I. Biết tỉ số giữa thể tích hình nón và thể tích hình cầu bằng k.

Chứng minh rằng tỉ số giữa diện tích toàn phần của hình nón và diện tích mặt cầu cũng

bằng k.

*ĐS: *

**