

SƠ GIAO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
LÂM ĐỒNG NĂM HỌC 2023 – 2024

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian làm bài: 150 phút
Ngày thi: 15/3/2024

Câu 1. (4,5 điểm)

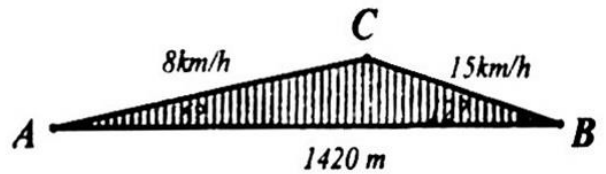
1.1. Rút gọn biểu thức $A = \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{x+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x+1+x\sqrt{x}+\sqrt{x}}\right)$, với $x \geq 0$.

1.2. Chứng minh rằng với mọi số nguyên chẵn n thì $n^3 + 44n$ chia hết cho 48.

Câu 2. (4,5 điểm)

2.1. Số học sinh đạt “Học sinh giỏi cấp tỉnh” của thành phố X năm học 2023 - 2024 là một số tự nhiên có hai chữ số lớn hơn 50. Biết rằng tích hai chữ số lớn hơn tổng hai chữ số của số đó là 5 và chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị. Hỏi năm học 2023 - 2024, thành phố X có bao nhiêu học sinh đạt “Học sinh giỏi cấp tỉnh”.

2.2. Bạn Thanh đi xe đạp từ A đến B (gồm đoạn lên dốc AC và đoạn xuống dốc CB). Biết $AB = 1420$ m, $\hat{A} = 6^\circ$, $\hat{B} = 12^\circ$, vận tốc lên dốc là 8 km/h và xuống dốc là 15 km/h (Minh họa hình bên). Tính thời gian bạn Thanh đi xe đạp từ A đến B.



(Cho biết $\cot 6^\circ = 9,5$; $\cot 12^\circ = 4,7$; $\sin 6^\circ = 0,1$; $\sin 12^\circ = 0,2$)

Câu 3. (4,0 điểm)

3.1. Vào dịp họp mặt gia đình đầu năm Giáp Thìn 2024, bạn An hỏi mẹ về tuổi của bác Hai và chú Sáu thì được mẹ trả lời “*Lúc tuổi của bác Hai bằng tuổi chú Sáu hiện nay thì tuổi của bác Hai gấp ba lần tuổi của chú Sáu; lúc tuổi chú Sáu bằng tuổi bác Hai hiện nay thì tổng số tuổi của hai người đó là 98*”. Em hãy giúp bạn An tính tuổi của bác Hai và chú Sáu hiện nay.

3.2. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn $(O; R)$ có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại I (I không trùng O). Chứng minh rằng: $\sqrt{AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2} = 2R\sqrt{2}$.

Câu 4. (4,0 điểm)

4.1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $3a + 4b + 5c = 12$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

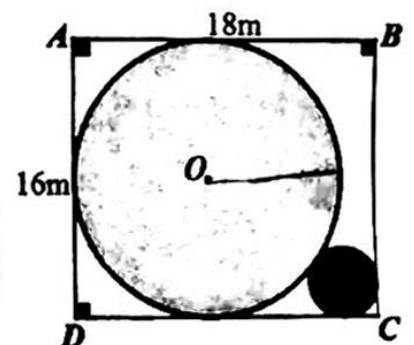
thức $P = \frac{ab}{ab+a+b} + \frac{2ac}{ac+a+c} + \frac{3bc}{bc+b+c}$.

4.2. Cho hình thoi ABCD có $\hat{D} = 120^\circ$. Một đường thẳng d đi qua C cắt tia đối của tia BA tại E và cắt tia đối của tia DA tại F. Gọi H là giao điểm của BF và DE. Chứng minh rằng: $BC^2 = BH \cdot BF$.

Câu 5. (3,0 điểm)

5.1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 - \frac{2xy}{x+y} \\ \sqrt{x+y} + y = x^2 \end{cases}$$

5.2. Trong khuôn viên sân trường có khu đất hình chữ nhật với các kích thước là 16 mét và 18 mét. Nhà trường làm hai bồn hoa hình tròn, phần còn lại của khu đất đó nhà trường giao cho lớp 9A trồng cỏ (Minh họa hình bên). Tính diện tích phần trồng cỏ (lấy $\pi = 3,14$).



— Hết —