

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN - Lớp 8 THCS

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi 29/02/2024

(Đề thi có 01 trang)

Câu I (4,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 8} - \frac{2x^2}{8 - 4x + 2x^2 - x^3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} \right)$, với $x \neq 0$ và $x \neq 2$.

1. Rút gọn A .
2. Tìm số nguyên x để A nhận giá trị nguyên.

Câu II (4,0 điểm).

1. Giải phương trình $(3x - 2)(x + 1)^2(3x + 8) = -16$.
2. Xét các số thực a, b, c, x, y, z thỏa mãn $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$ và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} + \frac{c^2}{z^2} = 1.$$

Câu III (4,0 điểm).

1. Tìm các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $x^2(y^2 + 2y + 2) + y^2 - 4xy + 2x - 4y = 0$.
2. Tìm các số nguyên tố a, b, c và số nguyên dương k thỏa mãn $a^2 + b^2 + 16c^2 = 9k^2 + 18k + 10$.

Câu IV (6,0 điểm).

Cho hình vuông $ABCD$. Đường thẳng d đi qua C cắt hai tia AB, AD lần lượt tại M và N ($AB < AM < AN$). Gọi E là giao điểm của BC và DM ; F là giao điểm của CD và BN ; H là giao điểm của BN và DM .

1. Chứng minh EF song song với MN .
2. Chứng minh ΔADM đồng dạng với ΔDFA và H là trực tâm của ΔAEF .
3. Gọi giao điểm của AH và BC là K , giao điểm của AH và MN là O , giao điểm của MK và AC là I . Chứng minh $\frac{MI}{KI} + \frac{AO}{KO} + \frac{CB}{KB} > 9$.

Câu V (2,0 điểm).

Xét hai số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^2 + b + 2b\sqrt{a}} + \frac{1}{b^2 + a + 2a\sqrt{b}} + \frac{1}{a + b}.$$

--- HẾT ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu; cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.