

**Bài 1. (5,0 điểm)**

- 1) Phân tích đa thức  $x^3 + 2x^2 - x - 2$  thành nhân tử.
- 2) Cho  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  $49 - p^2$  chia hết cho 24.
- 3) Cho  $a, b, c$  là 3 số đôi một khác nhau và thỏa mãn  $a^2(b+c) = b^2(c+a) = 2024$ .

Chứng minh  $c^2(a+b) = 2024$ .

**Bài 2. (4,0 điểm)**

1) Cho biểu thức  $T = \frac{2x}{x-2} + \frac{3}{x+2} - \frac{2x-8}{x^2-4}$  (với  $x \neq \pm 2$ )

a) Rút gọn biểu thức  $T$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $T$  với  $x$  thỏa mãn  $x^2 - 2x = 0$ .

- 2) Cho  $f(x)$  là đa thức bậc 3 có hệ số cao nhất là  $a$  thỏa mãn  $f(2) = 3$ ,  $f(3) = 4$  và  $f(4) - f(1) = 15$ . Tính  $a$ ?

**Bài 3. (4,0 điểm)**

1) Cho phương trình  $(m+1)(mx-1) = (m-2)x$  ( $m$  là tham số)

Tìm giá trị nguyên của  $m$  để phương trình có nghiệm duy nhất là số nguyên.

2) Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $x^2 = y^4 + y^2 + 1$

3) Cho hàm số  $y = mx + 4m + 3$  ( $m$  là tham số) có đồ thị là đường thẳng  $(d)$ . Tìm điểm cố định mà đường thẳng  $(d)$  đi qua với mọi giá trị của  $m$ .

**Bài 4. (6,0 điểm)**

1) Cho tam giác nhọn  $ABC$ , các đường cao  $BE, CF$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ .

a) Chứng minh  $\triangle MEF$  cân và  $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ .

b) Trên đoạn  $BE$  lấy điểm  $Q$  sao cho  $\widehat{BFQ} = \widehat{CFE}$ . Chứng minh  $\triangle BFQ$  đồng dạng với  $\triangle CFE$  và  $EF \cdot BC + BF \cdot CE = BE \cdot CF$

2) Cho tam giác nhọn  $ABC$ . Gọi  $N$  là điểm bất kì trên đoạn thẳng  $BC$  ( $N$  khác  $B$  và  $C$ ). Gọi các điểm  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $N$  trên cạnh  $AB, AC$ . Xác định vị trí của điểm  $N$  để đoạn thẳng  $HK$  có độ dài nhỏ nhất.

**Bài 5. (1,0 điểm).**

Tìm các cặp số nguyên  $(a; b)$  thỏa mãn  $2024a^2 + b = 2025b^2 + a$

.....*Hết*.....