PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THỊ XÃ PHÚ MỸ	KỲ THI HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2023-2024 MÔN: TOÁN 9
ĐỀ CHÍNH THỨC	Ngày thi: 06 tháng 03 năm 2024 Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1 (*3,0 điểm*):

a) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì $B = 10^n - 9n - 28$ chia hết cho 27.

b) Tìm một số chính phương gồm 4 chữ số, biết rằng số gồm hai chữ số đầu lớn hơn số gồm hai chữ số sau 01 (một) đơn vị.

Bài 2 (*5,0 điểm*):

a) Rút gọn biểu thức: $P = \left(a + 2\sqrt{a}\right) : \left(\dfrac{5\sqrt{a} - 3}{\sqrt{a} - 2} + \dfrac{3\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} + 2} - \dfrac{a^2 + 2\sqrt{a} + 8}{a - 4}\right)$

(với $a \geq 0; x \neq 4$).

b) Giải phương trình: $3\left(\sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x}\right) = 4x - 1$.

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ (x+1)^3 + (y+1)^3 = 35 \end{cases}$.

Bài 3 (*4,0 điểm*):

a) Cho hàm số bậc nhất $y = mx + m - 1$ (với m là tham số thực, $m \neq 0$ và $m \neq 1$) có đồ thị là đường thẳng (d). Tìm giá trị m để đường thẳng (d) tạo với 2 trục tọa độ Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 2.

b) Cho a, b là các số dương thỏa mãn: $a.b = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (a + b + 1)\left(a^2 + b^2\right) + \dfrac{4}{a+b}$.

Bài 4 (*5,0 điểm*): Cho nửa đường tròn tâm (O) đường kính $AB = 2R$ và tiếp tuyến Ax *(A* là tiếp điểm, Ax nằm ở nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn bờ là *AB)*. Trên đoạn OB lấy điểm H, đường thẳng vuông góc với AB tại H cắt nửa đường tròn tại C, tia BC cắt Ax tại D. Gọi M là trung điểm của AD.

a) Chứng minh MC là tiếp tuyến của nửa đường tròn.

b) Xác định vị trí của điểm H trên đoạn OB để diện tích tam giác OHC lớn nhất.

Bài 5 (3,*0 điểm*): Cho đường tròn $(O;R)$, dây AB cố định $AB = R\sqrt{2}$ và điểm P di động trên dây AB $(P \neq A, B)$. Gọi $(C;R_1)$ là đường tròn đi qua P và tiếp xúc với đường tròn $(O;R)$ tại A, $(D;R_2)$ là đường tròn đi qua P và tiếp xúc với đường tròn $(O;R)$ tại B. Hai đường tròn $(C;R_1)$ và $(D;R_2)$ cắt nhau tại điểm thứ hai là M.

a) Trong trường hợp P không trùng với trung điểm dây AB. Chứng minh tứ giác $OMCD$ là hình thang cân.

b) Chứng minh khi P di động trên dây AB thì M di động trên đường thẳng cố định và đường thẳng MP luôn đi qua một điểm cố định N.

Hết

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh.. Số báo danh...............................

Chữ kí của giám thị 1 ....