

Bài 1. (4 điểm)

1) Thực hiện phép tính: $A = \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} - \frac{2^{12} \cdot 243 - (-4)^6 \cdot 9^2}{(2^6 \cdot 27)^2}$

2) Tìm x biết: $\left|x + \frac{1}{2}\right| + \left|x + \frac{1}{6}\right| + \left|x + \frac{1}{12}\right| + \left|x + \frac{1}{20}\right| + \dots + \left|x + \frac{1}{110}\right| = 20x$

Bài 2. (5 điểm)

1) Tìm x, y, z biết $\frac{y+z+2}{x} = \frac{x+z+3}{y} = \frac{x+y-5}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

2) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = (2x - y)^2 - (6x - 3y)^2 - |x + y - 9| + 2023$

Bài 3. (4 điểm)

1) Cho đa thức $A(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a là số nguyên dương, biết:

$$A(5) - A(4) = 2022.$$

Chứng minh $A(7) - A(2)$ là hợp số.

2) Trong một đợt phát động thu kế hoạch nhỏ, ba khối 6, 7, 8 thu được 2125kg giấy vụn. Trung bình mỗi học sinh khối 6, 7, 8 theo thứ tự thu được 1,5kg; 2kg; 2,5kg. Số học sinh khối 6 và khối 7 tỉ lệ với 3 và 2, số học sinh khối 7 và khối 8 tỉ lệ với 5 và 4. Tính số học sinh mỗi khối.

Bài 4. (6 điểm). Cho tam giác ABC có $\widehat{A} < 90^\circ$. Vẽ ra ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân tại A là $\triangle ABM$ và $\triangle ACN$

1) Chứng minh rằng: $\triangle AMC = \triangle ABN$

2) Chứng minh: $BN \perp CM$

3) Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh AH đi qua trung điểm của MN.

Bài 5. (1 điểm). Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì tổng:

$$S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} \text{ không thể là một số nguyên.}$$

-----Hết-----

Họ và tên học sinh:.....SBD:.....