



CÂU HỎI TÌNH HUỐNG

Thiết kế logo hình 1, đường tròn đi qua 3 đỉnh của tam giác

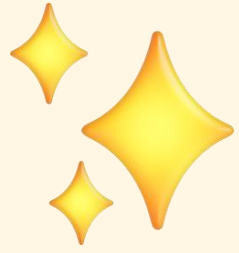




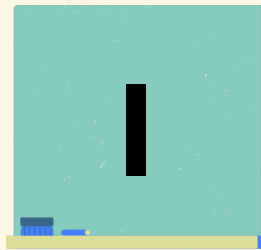
CHƯƠNG 8: ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP VÀ ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

BÀI 1: ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP. ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

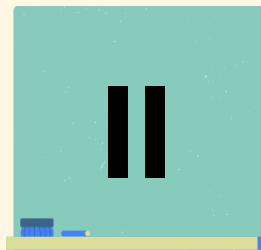




NỘI DUNG BÀI HỌC



ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP TAM GIÁC



ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP TAM GIÁC



I. ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP TAM GIÁC



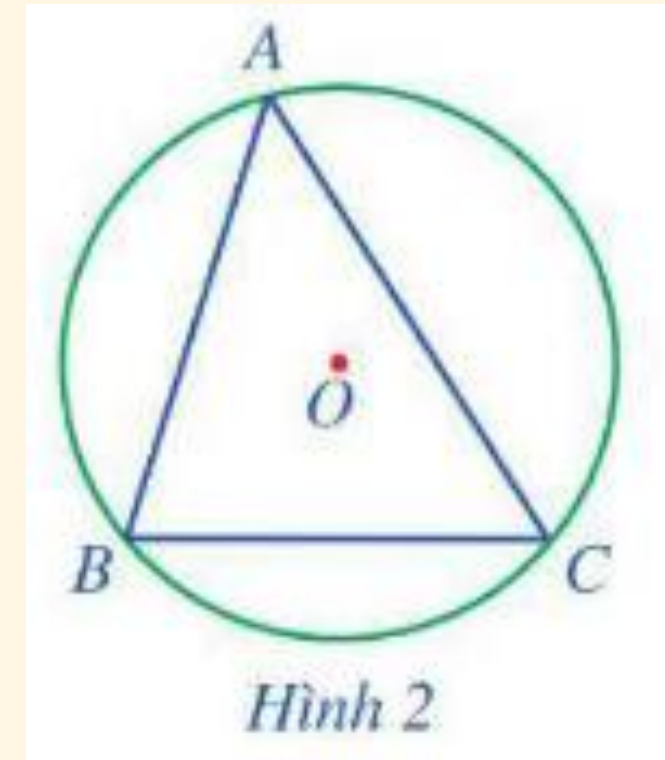


1. Định nghĩa:



Cho biết các đỉnh của tam giác ABC (hình 2) có thuộc đường tròn (O) không?

Trả lời: Các điểm A, B, C thuộc đường tròn (O)



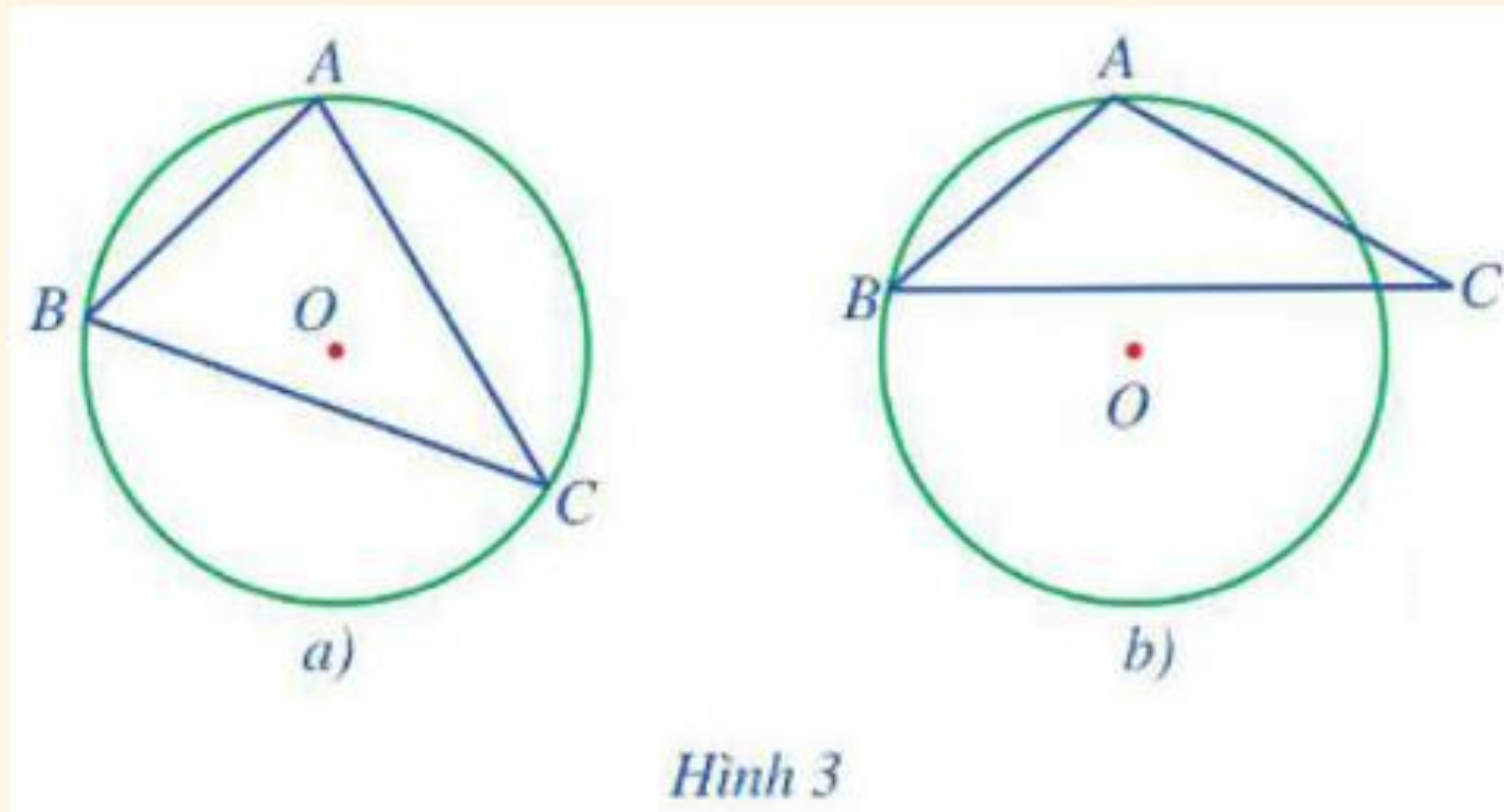
Đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác được gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

Chú ý: Khi đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC , ta còn nói tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) .



Ví dụ 1

Trong các hình 3a, 3b ở hình nào ta có (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC? Vì sao?



Giải

Hình 3a (O) ngoại tiếp tam giác ABC vì nó đi qua ba đỉnh A, B, C
Hình 3b (O) không ngoại tiếp tam giác ABC vì nó không đi qua đỉnh C.



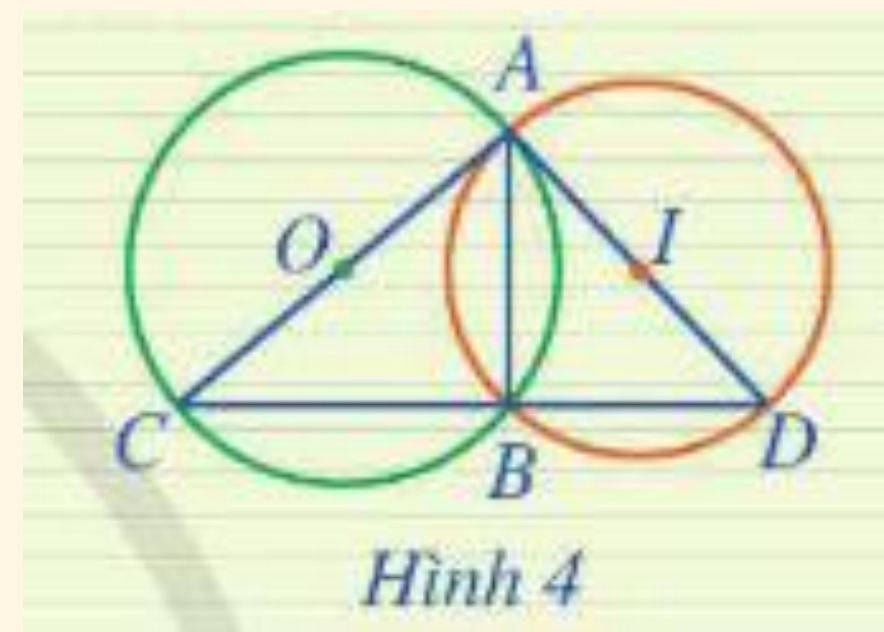


Quan sát hình 4 và cho biết trong hai (O) và (I), đường tròn nào ngoại tiếp tam giác ABC, đường tròn nào ngoại tiếp tam giác ABD?

Giải

Hình 4 (O) ngoại tiếp tam giác ABC vì nó đi qua ba đỉnh A, B, C

Hình 4 (I) ngoại tiếp tam giác ABD vì nó đi qua ba đỉnh A, B, D



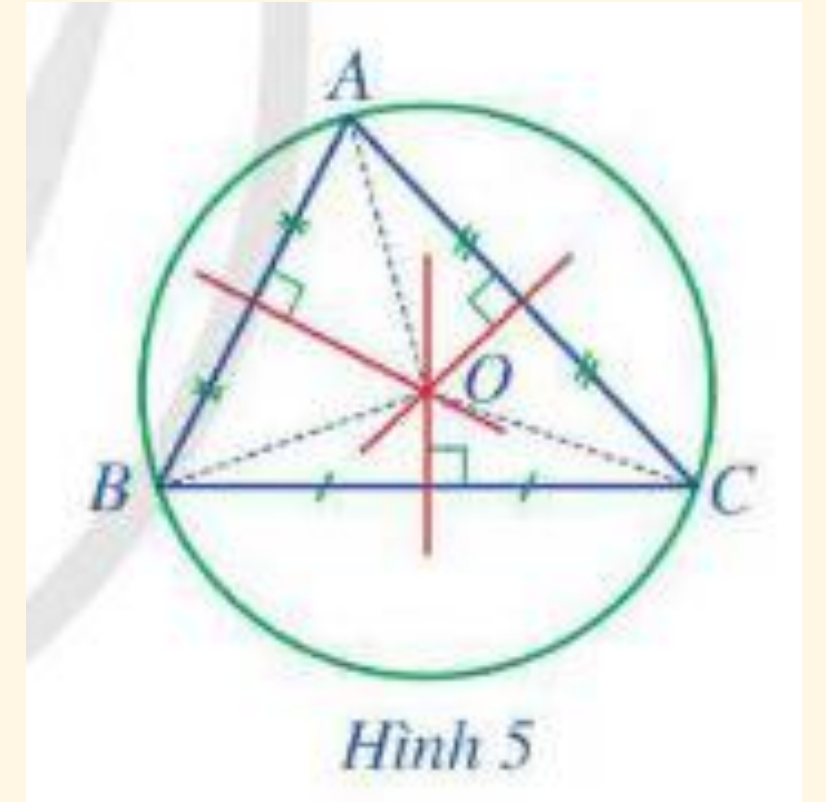


2. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác:



Cho tam giác ABC có O là giao điểm của ba đường trung trực (hình 5)

- a) Các đoạn thẳng OA , OB , OC có bằng nhau không?
- b) Đặt $R = OA$. Đường tròn $(O; R)$ có phải là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC không? Vì sao?



Trả lời:

- a) Các đoạn thẳng $OA = OB = OC$
- b) Vì $OA = R$ nên $R = OA = OB = OC$ nên đường tròn $(O; R)$ đi qua ba đỉnh A, B, C là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .



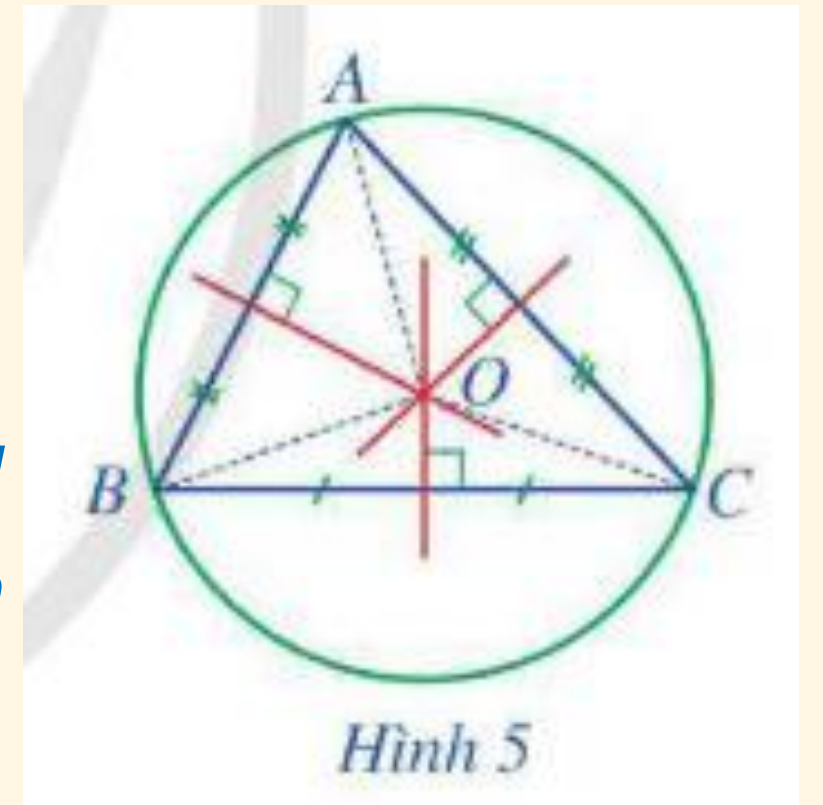


2. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác:



- Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm ba đường trung trực của tam giác đó.

- Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác bằng khoảng cách từ giao điểm ba đường trung trực đến mỗi đỉnh của tam giác đó.



Nhận xét: - Vì ba đường trung trực của tam giác cùng đi qua một điểm nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm hai đường trung trực bất kì của tam giác đó.

- Mỗi tam giác có đúng một đường tròn ngoại tiếp.

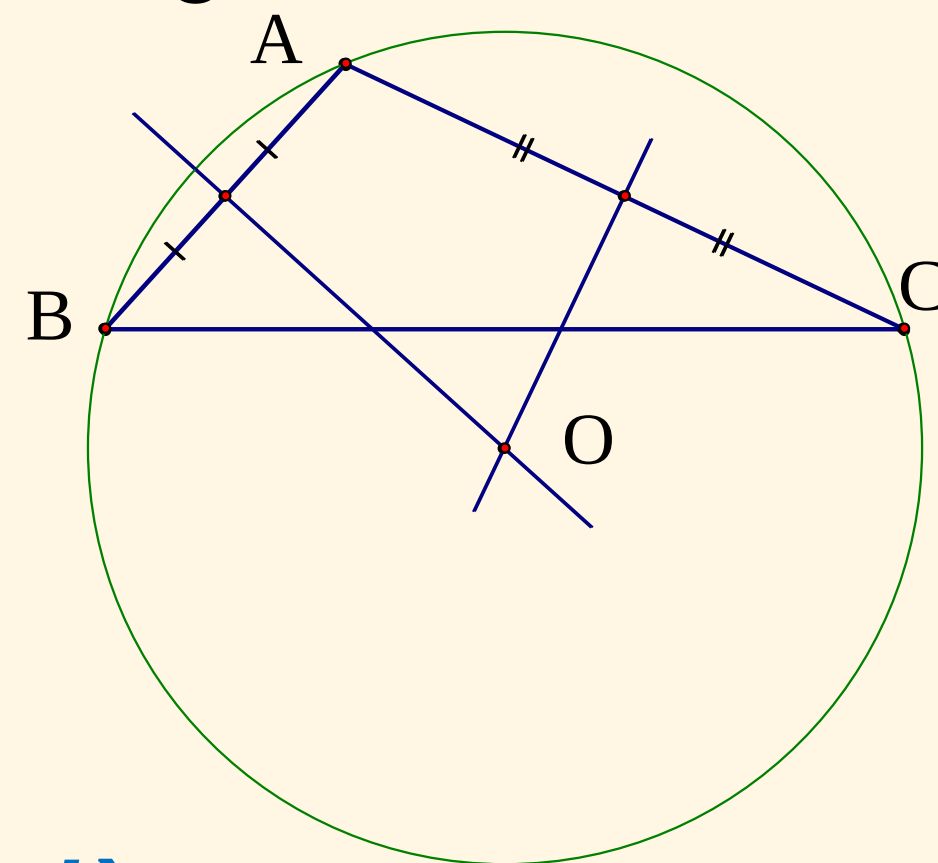


Ví dụ 2

Giải

Cho tam giác ABC có góc A tù. Dùng thước thẳng và compa vẽ đường tròn ngoại tiếp tam giác

- Dùng thước thẳng và compa vẽ hai đường trung trực của các cạnh AB và AC. Gọi điểm O là giao điểm của hai đường trung trực đó.
- Dùng compa vẽ đường tròn $(O; OA)$. Đường tròn $(O; OA)$ là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

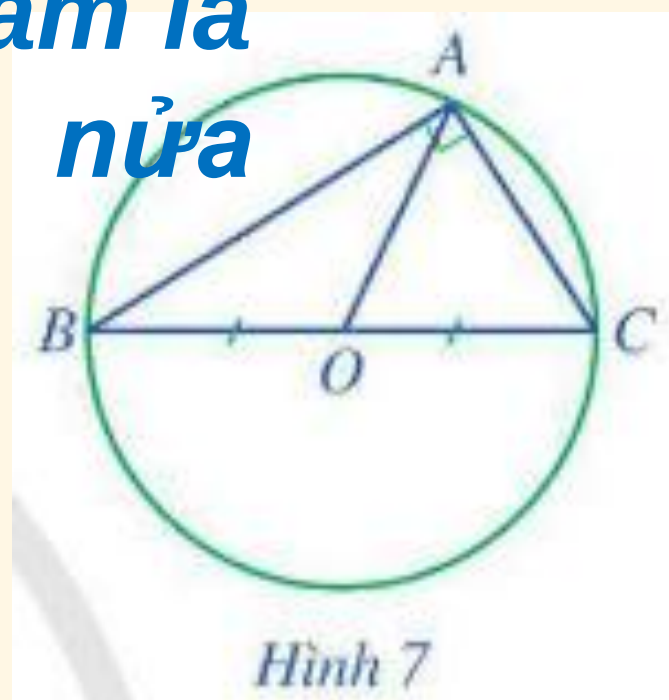


Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm là trung điểm của cạnh BC. Đường tròn $(O; OB)$ có bán kính bằng nửa cạnh huyền của tam giác ABC vuông đó.

Giải

Đường tròn $(O; OB)$ là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Vì $OA = OB = OC (= BC:2)$



Hình 7

Ví dụ 3

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo a

Giải

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (định lí Pythagore)}$$

$$\text{Suy ra } BC^2 = (3a)^2 + (4a)^2 = 25a^2 \text{ nên } BC = \sqrt{25a^2} = 5a$$

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng nửa cạnh huyền là $R = 2,5a$



Nêu cách sử dụng Ê ke để xác định tâm một đường tròn bất kì khi chưa biết tâm của nó.

Giải

Đặt đỉnh vuông của ê ke trùng với một điểm N bất kỳ trên đường tròn, kẻ đường thẳng đi qua cạnh huyền của ê ke cắt đường tròn tại A và B ta được đường kính AB.

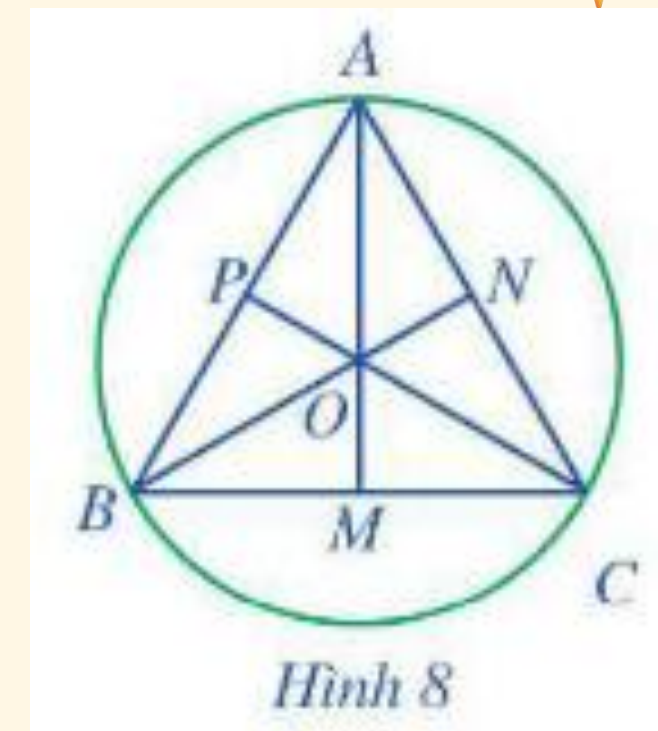
Trung điểm của AB là tâm của đường tròn đó.





Cho tam giác ABC đều cạnh a , ba đường trung tuyến AM , BN , CP cắt nhau tại trọng tâm O (hình 8).

- a) AM , BN , CP có là các đường trung trực của tam giác ABC không?
- b) Điểm O có là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC không?
- c) Tính AM theo a .
- d) Tính OA theo a .



Giải

- a) AM , BN , CP là các đường trung trực của tam giác ABC vì trong tam giác đều đường trung tuyến cũng là đường trung trực.
- b) Điểm O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vì O là giao điểm ba đường trung trực.





Cho tam giác ABC đều cạnh a , ba đường trung tuyến AM, BN, CP cắt nhau tại trọng tâm O (hình 8).

c) Tính AM theo a .

d) Tính OA theo a .

Giải

c) Ta có tam giác AMC vuông tại M (AM là trung trực) Nên $AM^2 = AC^2 - MC^2$ (định lý Pythagore)

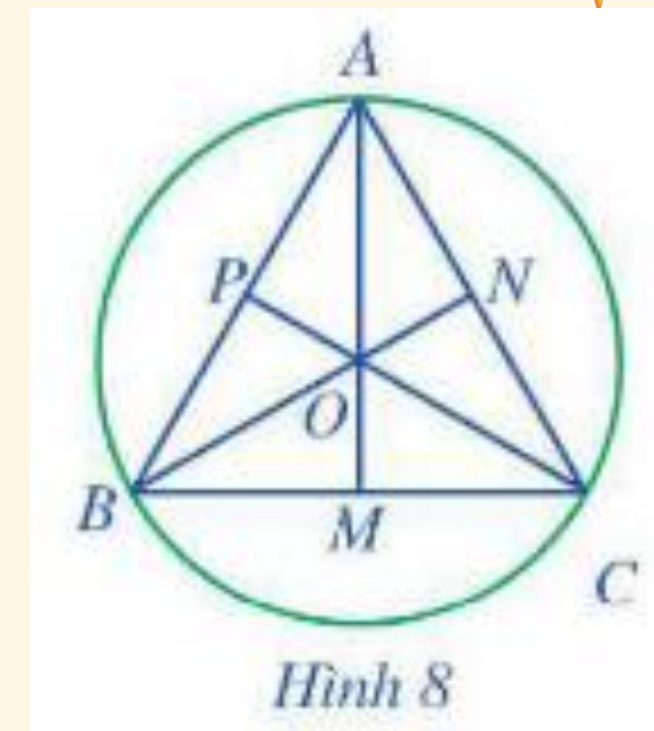
$$AM^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4} \text{ suy ra } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

d) Ta có: $OA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$



- Trong một tam giác đều, trọng tâm của tam giác đồng thời là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.
- Tam giác đều cạnh a có bán kính đường tròn ngoại tiếp là

ngoại tiếp là $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$



Ví dụ 4

Ba vị trí A, B, C của một công viên là ba đỉnh của một tam giác đều cạnh 15m. Người ta cần chọn một vị trí O cách đều ba vị trí A, B, C để làm cột điện. Tính khoảng cách từ O đến mỗi vị trí.

Giải

Vì O cách đều ba đỉnh A, B, C nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC.

Suy ra khoảng cách từ O đến mỗi vị trí A, B, C là bán kính đường tròn

ngoại tiếp tam giác đều ABC $R = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$



Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O; 2cm). Tính AB

Giải

Gọi a là độ dài cạnh của tam giác đều ABC

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ suy ra } a = \frac{3R}{\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$





KẾT LUẬN



1. Định nghĩa:

- Đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác được gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

2. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác:

- Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm ba đường trung trực của tam giác đó.
- Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác bằng khoảng cách từ giao điểm ba đường trung trực đến mỗi đỉnh của tam giác đó.

II. ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP TAM GIÁC



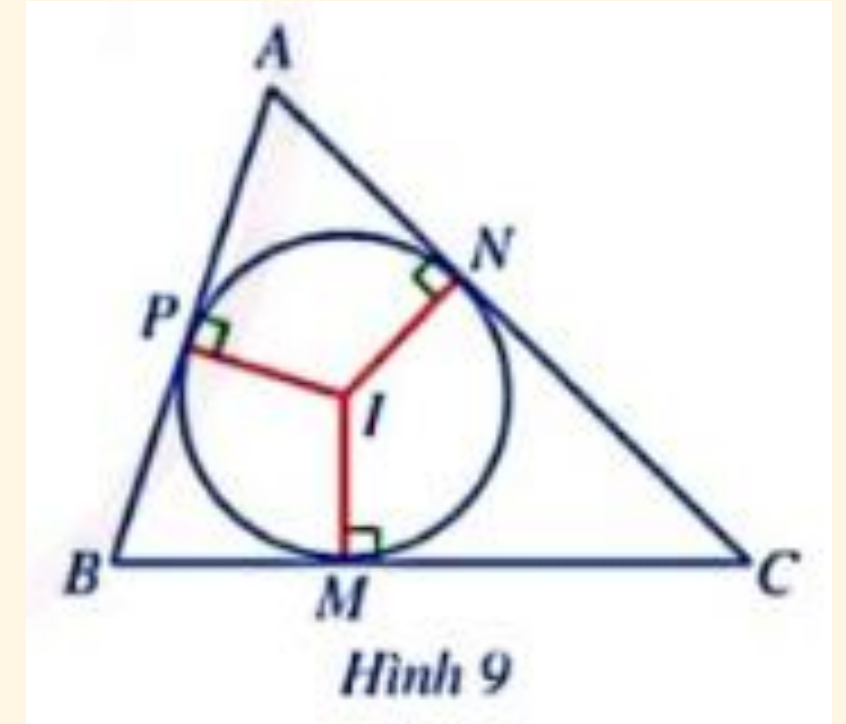


1. Định nghĩa:



Cho biết các đỉnh của tam giác ABC và đường tròn (I) (hình 9). Nêu vị trí tương đối của các đường thẳng AB , BC , CA với đường tròn (I) .

Trả lời: AB , BC , CA tiếp xúc với đường tròn (I)



Hình 9



Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác được gọi là đường tròn nội tiếp tam giác đó.

Chú ý: Khi đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC , ta còn nói tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (I) .

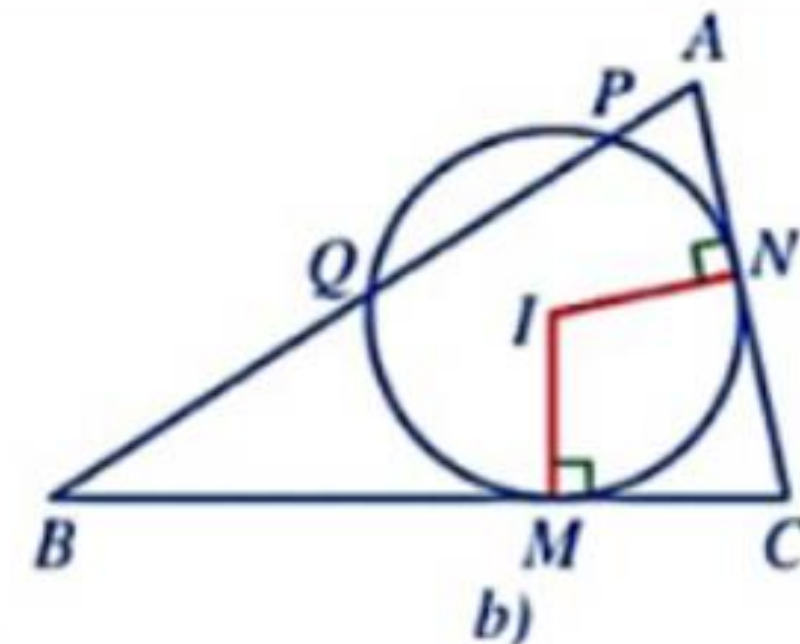
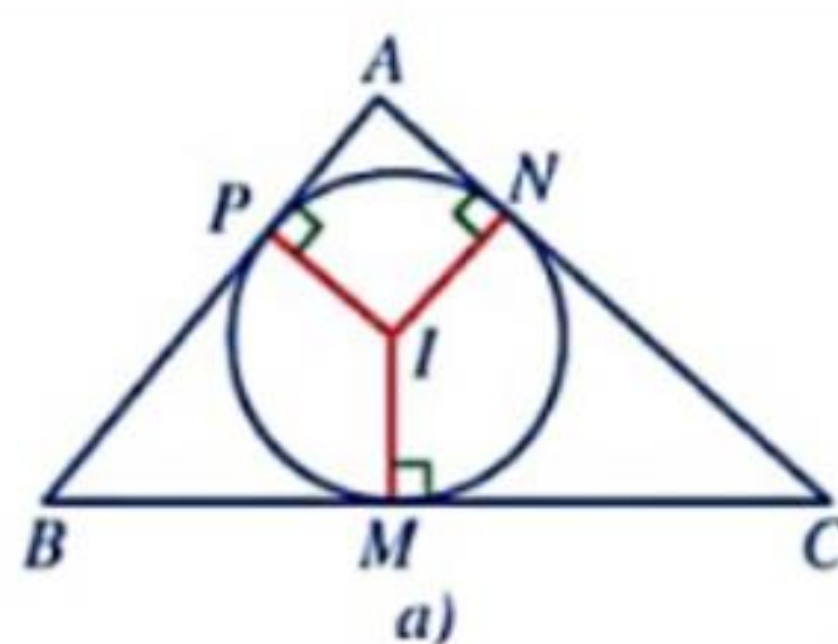


Ví dụ 5

Trong các hình 10a, 10b ở hình nào đường tròn (I) là đường tròn nội tiếp tam giác ABC? Vì sao?

Giải

- Hình 10a đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC vì nó tiếp xúc với ba cạnh của tam giác.
- Hình 10b đường tròn (I) không nội tiếp tam giác ABC vì nó không tiếp xúc với cạnh AB.



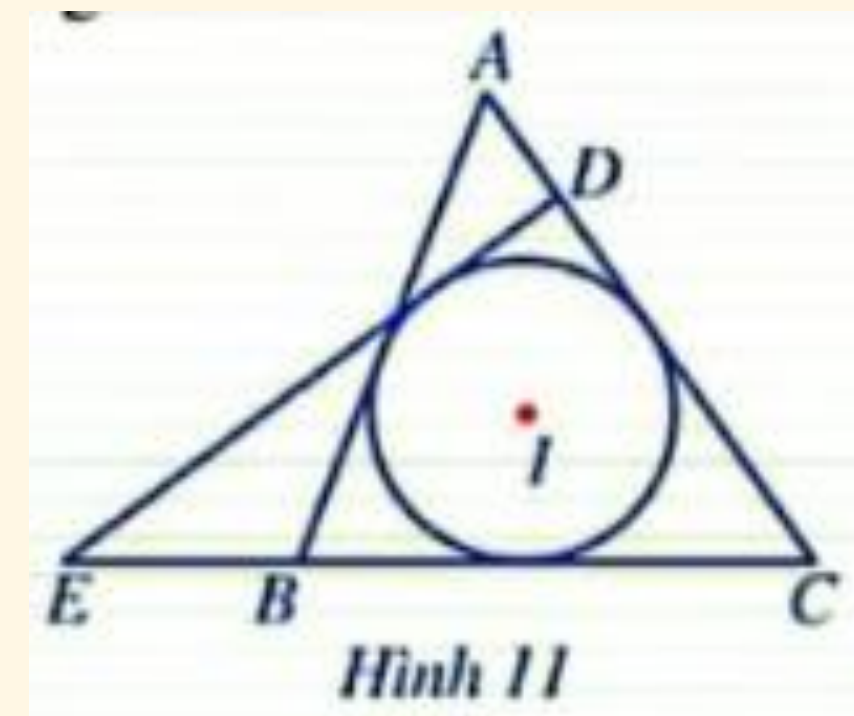
Hình 10



Trong các hình 11 đường tròn (I) là đường tròn nội tiếp những tam giác nào?

Giải

- Hình 11 đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC, tam giác CDE.



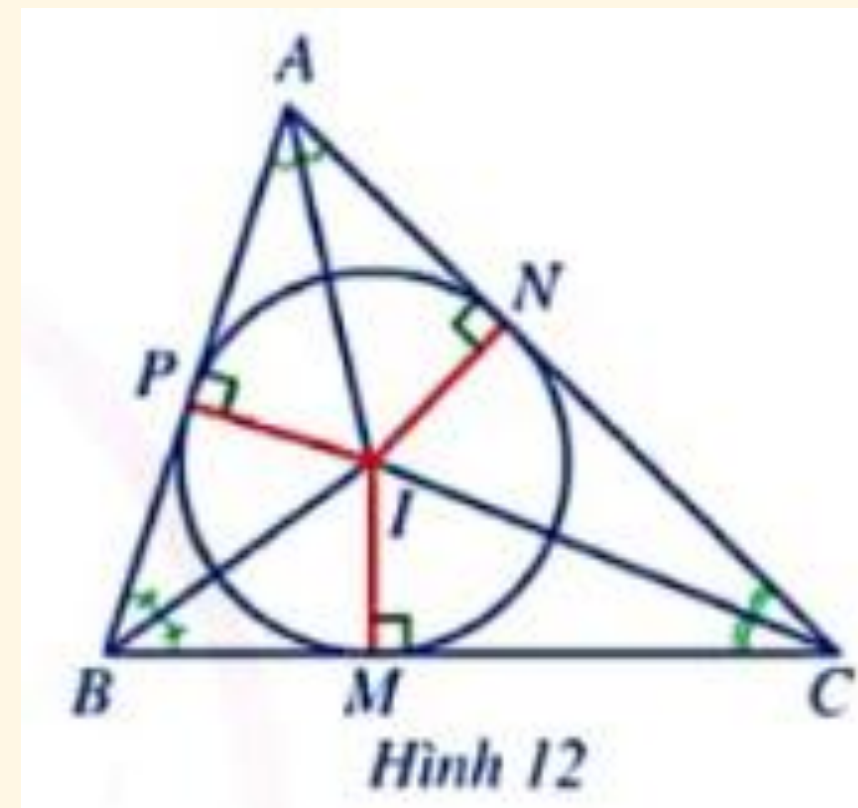
Hình 11

2. Xác định tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác:



Cho tam giác ABC có I là giao điểm ba đường phân giác. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của I lên các cạnh BC, CA, AB (hình 12).

- So sánh các đoạn thẳng IM, IN, IP .
- Đặt $r = IM$. Đường tròn $(I; r)$ có phải là đường tròn nội tiếp tam giác ABC hay không? Vì sao?



Giải

- $IM = IN = IP$ (I là giao điểm ba đường phân giác)
- Đường tròn $(I; r)$ là đường tròn nội tiếp tam giác ABC vì $IM = IN = IP$ nên đường tròn $(I; r)$ tiếp xúc với ba cạnh của tam giác.



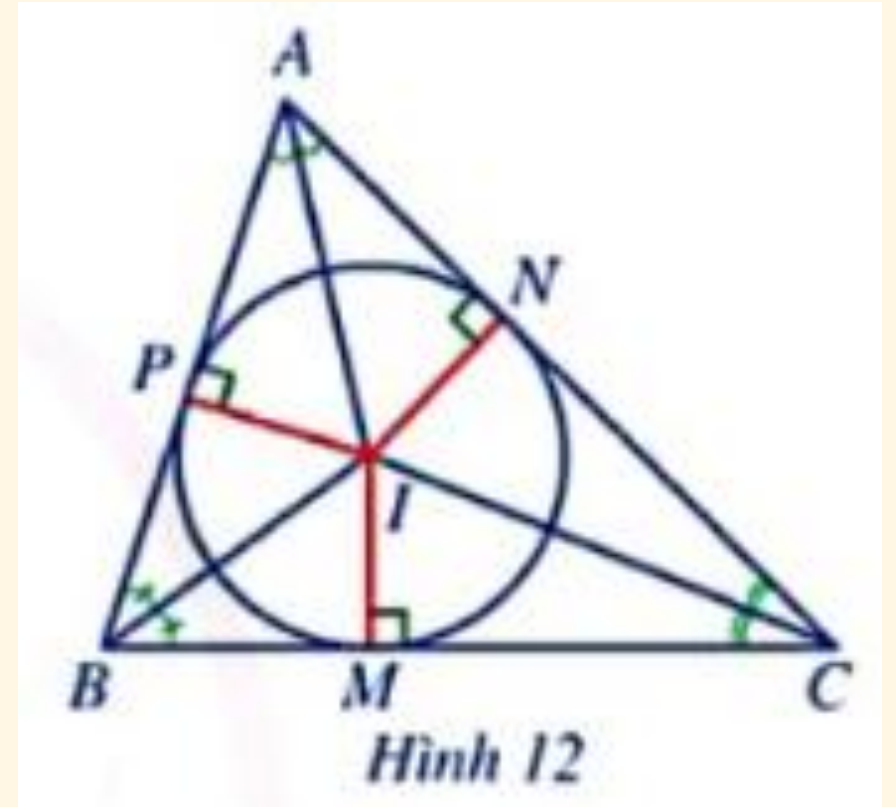


2. Xác định tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác:



- Tâm đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm ba đường phân giác của tam giác đó.

- Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng khoảng cách từ giao điểm ba đường phân giác đến mỗi cạnh của tam giác đó.



Nhận xét: - Vì ba đường phân giác của tam giác cùng đi qua một điểm nên tâm đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm hai đường phân giác bất kì của tam giác đó.

- Mỗi tam giác có đúng một đường tròn nội tiếp.

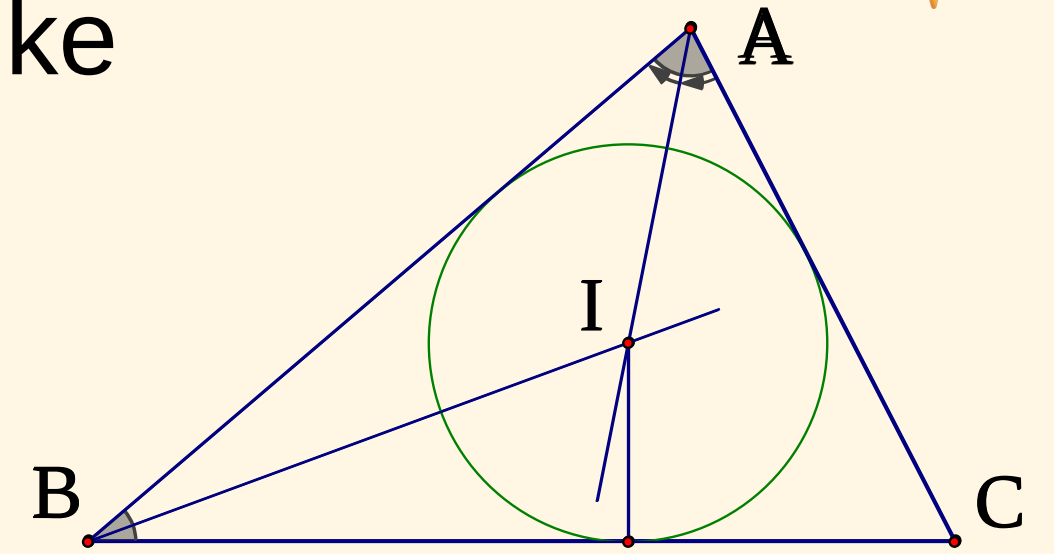


Ví dụ 6

Cho tam giác ABC . Dùng thước thẳng, ê ke và compa vẽ đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

H Dẫn

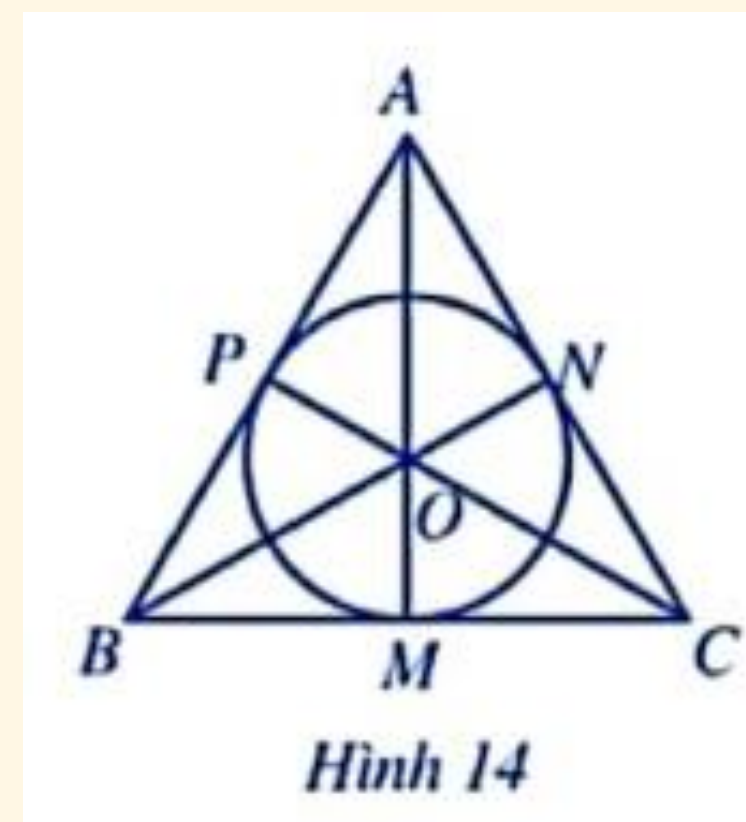
- Dùng thước thẳng và compa vẽ hai đường phân giác của các góc BAC và ABC . Gọi điểm I là giao điểm của hai đường phân giác đó.
- Dùng ê ke vẽ đường vuông góc IM kẻ từ I đến đường thẳng BC .
- Dùng compa vẽ đường tròn $(I; IM)$. Đường tròn $(I; IM)$ là đường tròn nội tiếp tam giác ABC .





Cho tam giác ABC đều cạnh a , ba đường trung tuyến AM , BN , CP cắt nhau tại trọng tâm O (hình 14).

- a) AM , BN , CP có là các đường phân giác của tam giác ABC không?
- b) Điểm O có là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC không?
- c) Tính OM theo a .



Giải

- a) AM , BN , CP là các đường phân giác của tam giác ABC vì trong tam giác đều đường trung tuyến cũng là đường phân giác.
- b) Điểm O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC vì O là giao điểm ba đường phân giác.





Cho tam giác ABC đều cạnh a , ba đường trung tuyến AM, BN, CP cắt nhau tại trọng tâm O (hình 14).

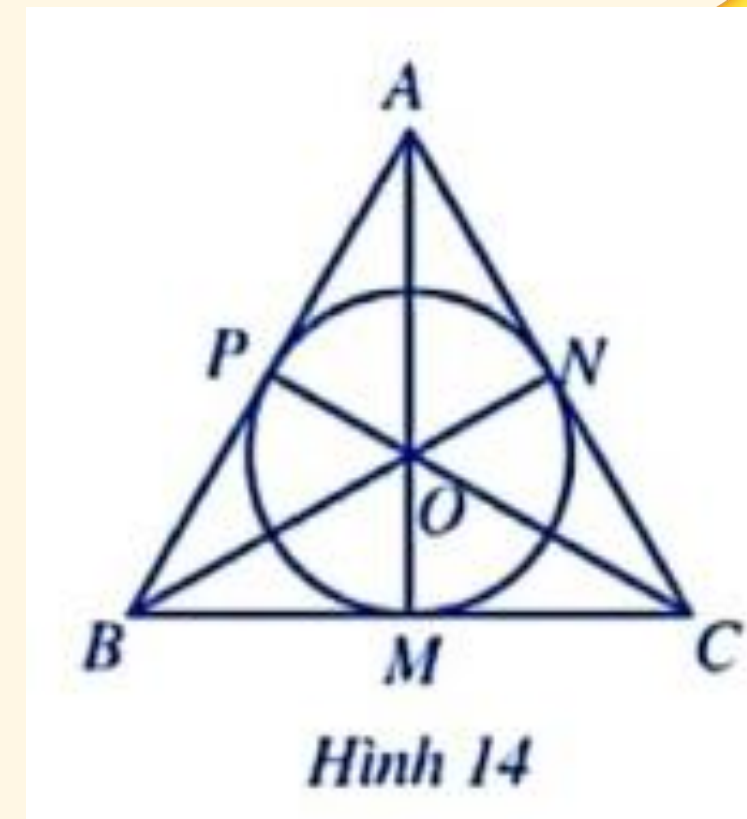
c) Tính OM theo a .

Giải

c) Ta có tam giác AMC vuông tại M (AM là trung trực) Nên $AM^2 = AC^2 - MC^2$ (định lí Pythagore)

$$AM^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4} \text{ suy ra } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{nên } OM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$



- Trong một tam giác đều, trọng tâm của tam giác đồng thời là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác đó.

- Tam giác đều cạnh a có bán kính đường tròn

nội tiếp là $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$



Ví dụ 7

Cho tam giác ABC đều cạnh 12m. Người ta muốn trồng hoa ở phần đất bên trong đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Tính diện tích phần đất trồng hoa đó.

H Dẫn

Gọi $(I; r)$ là đường tròn nội tiếp tam giác đều ABC

Suy ra bán kính phần đất trồng hoa là:

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{12\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{3}$$

Vậy diện tích phần đất trồng hoa là:

$$S = \pi r^2 = \pi (2\sqrt{3})^2 = 12\pi \text{ (m}^2\text{)}$$





Cho tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (O; 6cm). Tính AB.

H Dẫn

Gọi a độ dài cạnh tam giác đều ABC

Suy ra bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều ABC là:

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ suy ra } a = \frac{6r}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot 6}{\sqrt{3}} = 12\sqrt{3}$$

Vậy độ dài cạnh AB là: $12\sqrt{3}$





KẾT LUẬN



1. Định nghĩa:

- Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác được gọi là đường tròn nội tiếp tam giác đó.

2. Xác định tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác:

- Tâm đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm ba đường phân giác của tam giác đó.
- Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng khoảng cách từ giao điểm ba đường phân giác đến mỗi cạnh của tam giác đó.

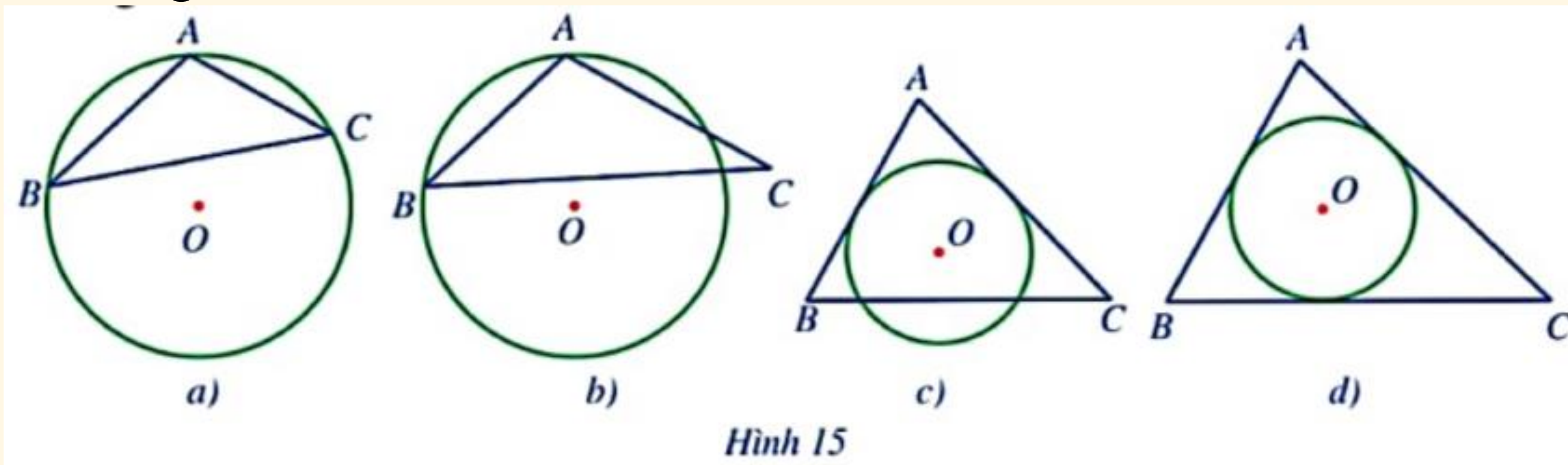
BÀI TẬP



Bài 1

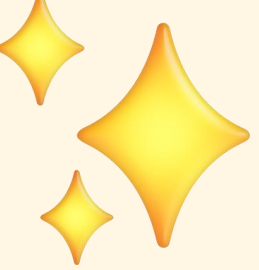
Trong các hình 15a, 15b, 15c, 15d ở hình nào ta có đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC? hình nào ta có đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC? Vì sao?

Giải



- Hình 15a đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC
- Hình 15b đường tròn (O) không ngoại tiếp tam giác ABC vì không đi qua điểm C
- Hình 15c đường tròn (O) không nội tiếp tam giác ABC vì không tiếp xúc với cạnh BC
- Hình 15d đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC





Bài 2

Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vuông tại A, biết $AB = 5\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$.

Giải

Ta có tam giác ABC vuông tại A

Nên $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lí Pythagore)

$$BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \text{ suy ra } BC = \sqrt{169} = 13\text{cm}$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp là: $BC:2 = 6,5\text{cm}$

Bài 3

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là 4cm .
Tính cạnh của tam giác đều đó.

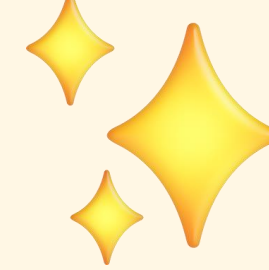
Giải

Gọi a là cạnh của tam giác đều

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là:

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ suy ra } a = \frac{3R}{\sqrt{3}} = \frac{3.4}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$





Bài 4

Một chiếc máy quay của đài truyền hình được đặt trên giá đỡ ba chân, các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là ba đỉnh A, B, C của tam giác đều ABC (hình 16). Tính khoảng cách giữa hai vị trí A và B biết bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là 4dm.

Giải

Gọi a là cạnh của tam giác đều ABC thì khoảng cách giữa hai vị trí A và B là:

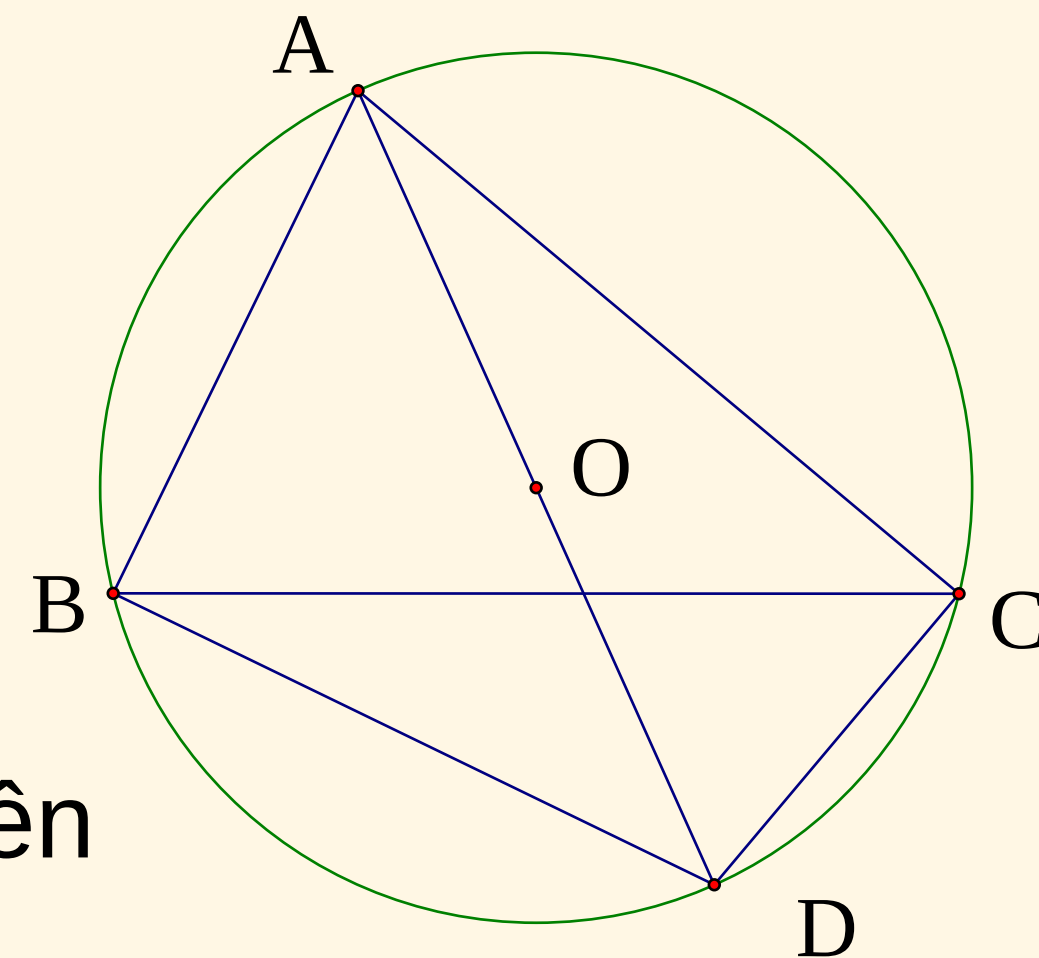
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ suy ra } a = \frac{3R}{\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot 4}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \text{ dm}$$



Bài 5

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) đường kính $AD = 2R$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC và H là trực tâm của tam giác ABC . Chứng minh:

- a) $BD \perp AB, CD \perp AC$
- b) Tứ giác $BHCD$ là hình bình hành
- c) $AC^2 + BH^2 = 4R^2$
- d) Ba điểm H, M, D thẳng hàng và $AH = 2OM$.



Giải

a) Ta có bốn điểm A, B, C, D thuộc (O) nên tam giác ABD, ACD nội tiếp (O) kính AD .

Suy ra $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$

Vậy $BD \perp AB, CD \perp AC$



Bài 5

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) đường kính $AD = 2R$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC và H là trực tâm của tam giác ABC . Chứng minh:

b) Tứ giác $BHCD$ là hình bình hành

c) $AC^2 + BH^2 = 4R^2$

d) Ba điểm H, M, D thẳng hàng và $AH = 2OM$.

Giải

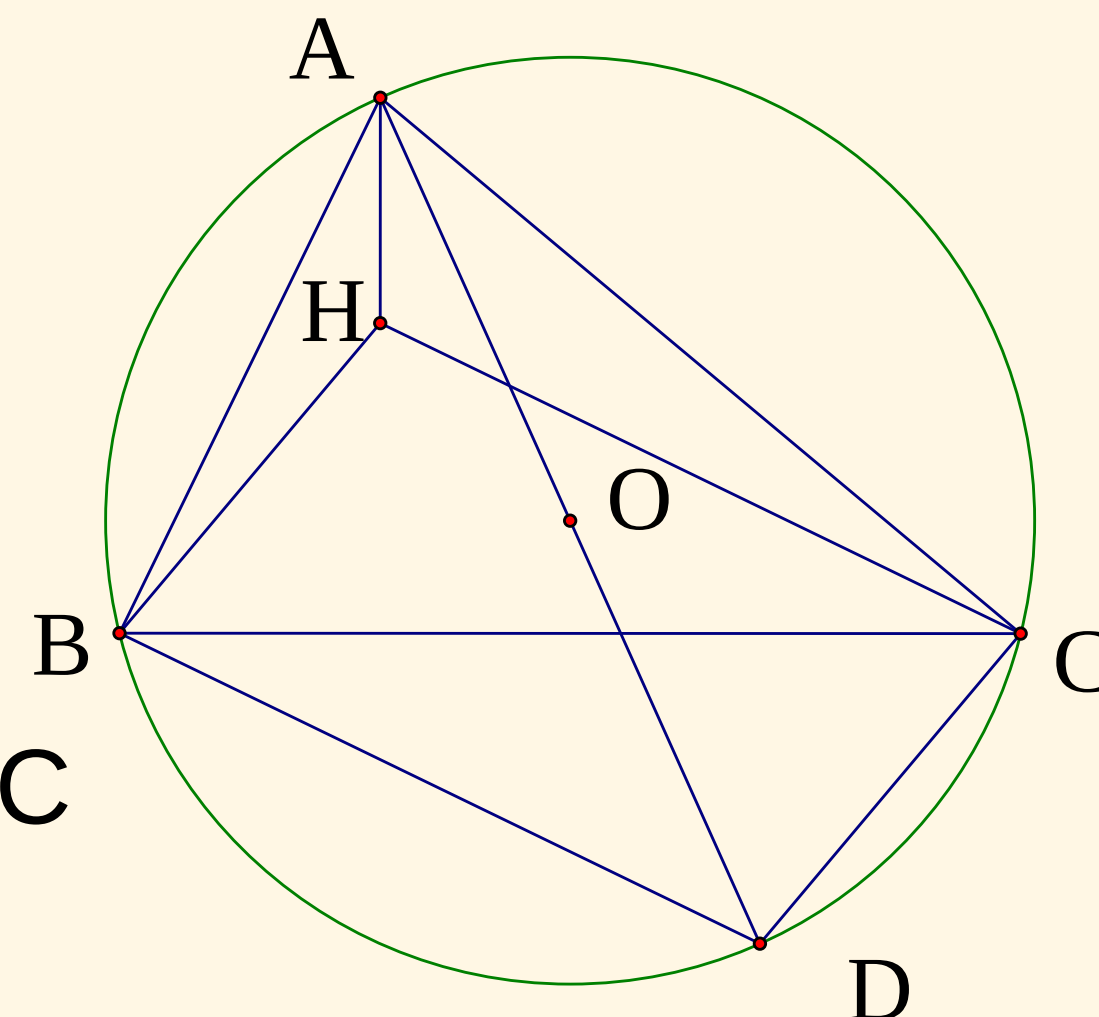
b) Xét tứ giác $BHCD$ ta có:

BH, CH là đường cao của tam giác ABC

Nên $BH \parallel CD$ (cùng vuông góc AC)

$BD \parallel CH$ (cùng vuông góc AB)

Vậy tứ giác $BHCD$ là hình bình hành



Bài 5

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) đường kính $AD = 2R$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC và H là trực tâm của tam giác ABC . Chứng minh:

c) $AC^2 + BH^2 = 4R^2$

d) Ba điểm H, M, D thẳng hàng và $AH = 2OM$.

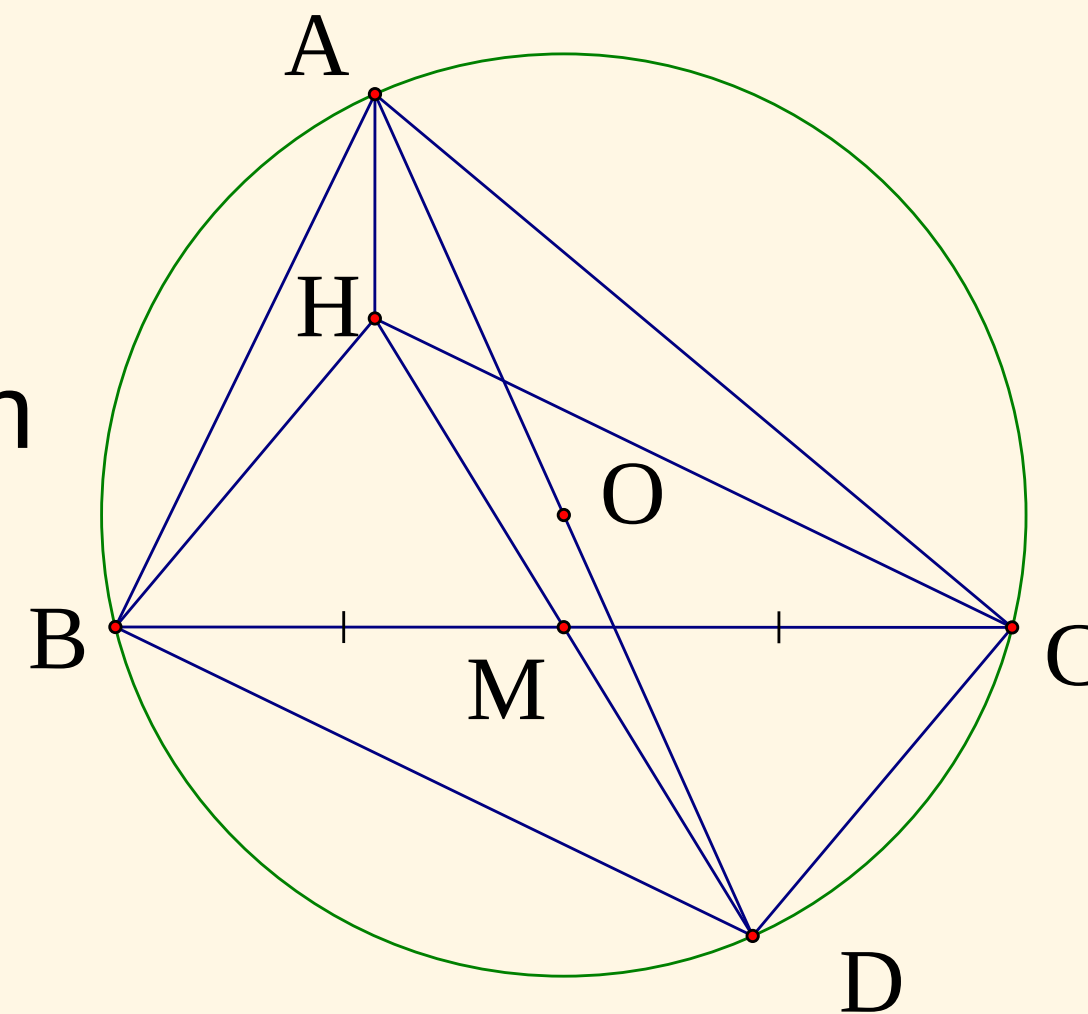
Giải

c) Ta có: tứ giác $BHCD$ là hình bình hành

Nên $BH = CD$ (tính chất cạnh đối)

Mà $AC^2 + CD^2 = AD^2$ (Pythagore)

Vậy $AC^2 + BH^2 = 4R^2$ (Vì $AD = 2R$)



Bài 5

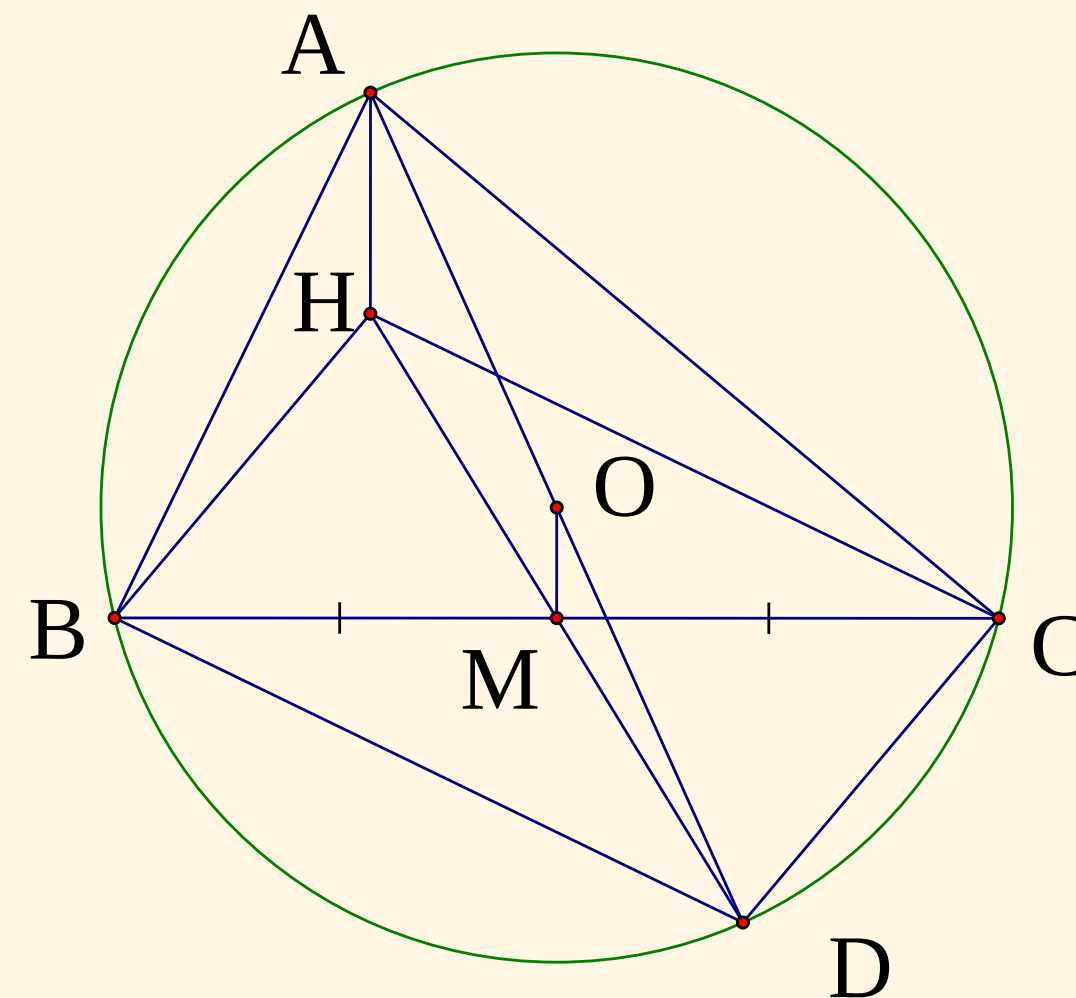
Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) đường kính $AD = 2R$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC và H là trực tâm của tam giác ABC . Chứng minh:

d) Ba điểm H, M, D thẳng hàng và $AH = 2OM$.

Giải

d) Ta có: tứ giác $BHCD$ là hình bình hành
Mà M là trung điểm của đường chéo BC
Nên M là trung điểm của đường chéo HD
Vậy H, M, D thẳng hàng

Ta có: M, O là trung điểm của BC, AD
suy ra OM là đường trung bình của tam giác ADH
Nên $AH = 2OM$ (tính chất đường trung bình)



Bài 6

Cho tứ giác ABCD có các tam giác ABC, ADC lần lượt ngoại tiếp đường tròn (I) và (K) sao cho hai đường tròn này tiếp xúc với đường thẳng AC tại H thuộc đoạn thẳng AC. Giả sử đường tròn (I) tiếp xúc với cạnh AB tại M, đường tròn (K) tiếp xúc với cạnh AD tại N (hình 17). Chứng minh:

a) Ba điểm I, H, K thẳng hàng.

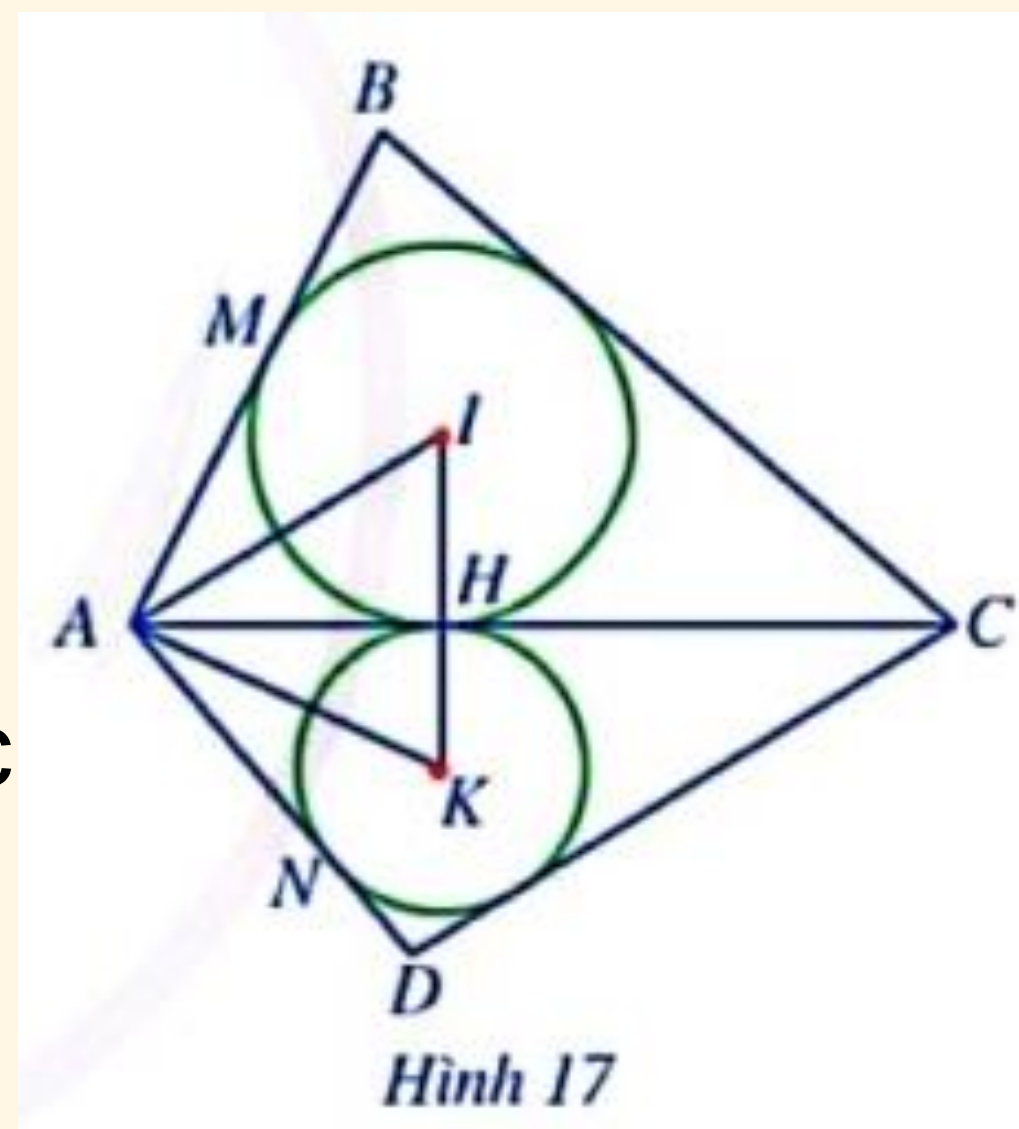
b) $AM = AN$

c) $\angle IAK = \frac{1}{2} \angle BAD$

Giải

a) Ta có: Hai đường tròn (I) và (K) tiếp xúc nhau tại H nên H là tiếp điểm.

Vậy Ba điểm I, H, K thẳng hàng



Hình 17



Bài 6

Giải

b) Chứng minh: $AM = AN$

Ta có: AM, AH là hai tiếp tuyến của đường tròn (I) nên $AM = AH$

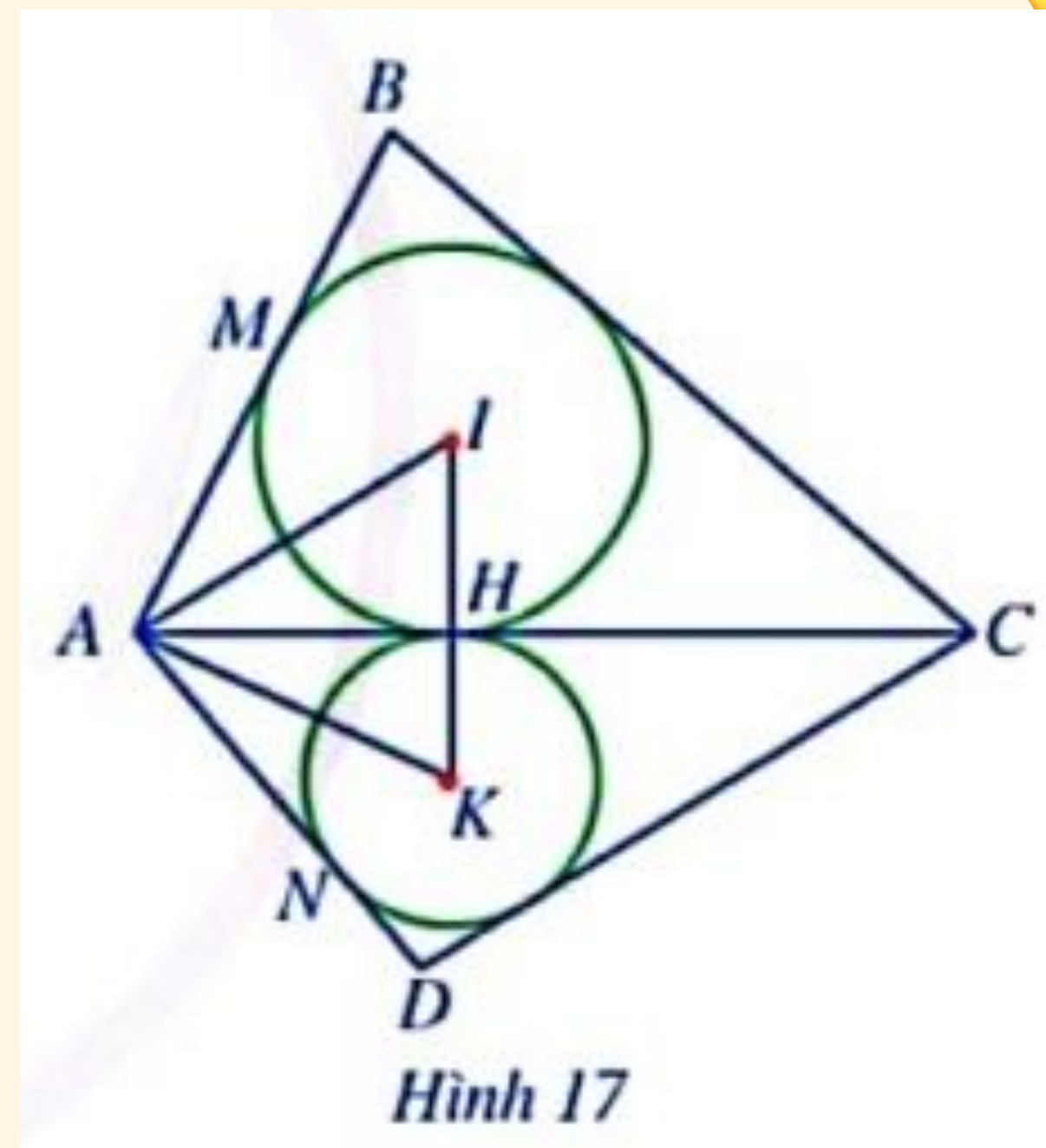
AM, AH là hai tiếp tuyến của đường tròn (K) nên $AN = AH$.

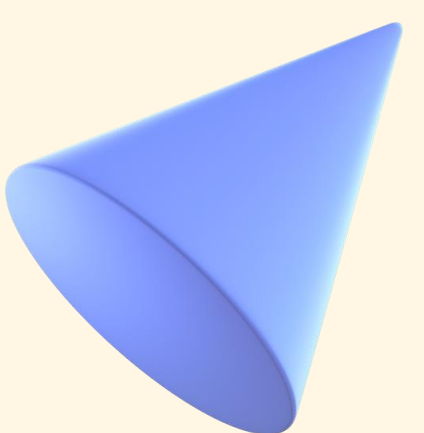
Vậy $AM = AN$

c) Chứng minh: $\angle IAK = \frac{1}{2} \angle BAD$

Ta có: $\angle IAH = \frac{1}{2} \angle BAC$; $\angle KAH = \frac{1}{2} \angle DAC$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà: $\angle IAK = \angle IAH + \angle HAK = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAD$



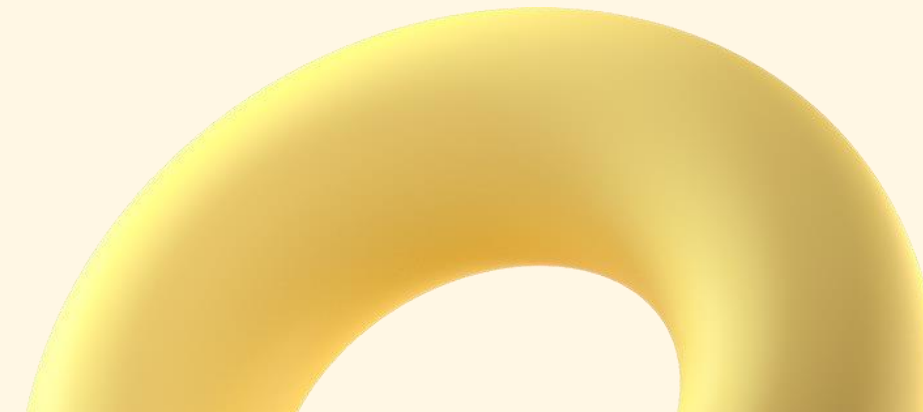


HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

Ghi nhớ kiến thức
trọng tâm trong
bài.

Hoàn thành bài tập
trong SGK trang 90.

Chuẩn bị bài mới:
***“Bài 2: Xác suất lí
thuyết và xác suất
thực nghiệm”.***



**CẢM ƠN CÁC EM
ĐÃ LẮNG NGHE BÀI HỌC!**

