|  |  |
| --- | --- |
| UBND QUẬN LONG BIÊN  **TRƯỜNG THCS VIỆT HƯNG** | **ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP CUỐI KÌ I**  **NĂM HỌC: 2024 – 2025**  **MÔN: TOÁN 9** |

**A. LÝ THUYẾT**

**I. ĐẠI SỐ**

1. Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn

2. Phương trình bậc nhất hai ẩn. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

3. Bất đẳng thức. Bất phương trình bậc nhất một ẩn.

4. Căn bậc hai và căn bậc ba của một số thực

**II. HÌNH HỌC.**

1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn.

2. Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.

3. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

4. Vị trí tương đối của hai đường tròn.

5. Tiếp tuyến của đường tròn.

6. Góc ở tâm. Góc nội tiếp.

**B. BÀI TẬP**

**Dạng 1. Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình  
Bài 1.** Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:   
a. b.   
c. d.   
e. f.   
g. h.   
k. m.

**Bài 2.** Giải các phương trình chứa ẩn ở mẫu sau:   
a. b. c.   
d. e.

f.

**Bài 3.** Giải các phương trình sau

|  |  |
| --- | --- |
| 1)  2)  3)  4) | 5)  6)  7)  8) |

**Bài 4.** Giải các bất phương trình sau:   
a. b.

c. d. e. f.

**Bài 5.** Giải cảc hệ phương trình sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1) | 2) | 3) |
| 4) | 5) | 6) |
| 7) | 8) | 9) |
| 10) | 11) | 12) |

**Dạng 2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình, bất phương trình**

**Bài 1.** Một ng­ười đi xe máy từ *A* đến *B* với vận tốc dự định. Vì có việc gấp phải đến *B* trước thời gian dự định là 45 phút nên người đó tăng vận tốc lên mỗi giờ 10 km. Tính vận tốc mà ng­ười đó dự định đi, biết quãng đư­ờng *AB* dài 90 km.

**Bài 2.**  Quãng đường  dài 100 km. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ  để đi đến . Vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 10 km/h nên xe thứ nhất đến  sớm hơn xe thứ hai 30 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

**Bài 3.** Một chiếc phà đi xuôi dòng 80 km và ngược dòng 64 km hết 8 giờ. Nếu cũng trên khúc sông ấy, chiếc phà đi xuôi dòng 45 km và ngược dòng 60 km thì chỉ hết 6 giờ. Tính vận tốc riêng của chiếc phà và vận tốc của dòng nước.

**Bài 4.** Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 350 dụng cụ. Nhờ sắp xếp hợp lí dây chuyền sản xuất nên xí nghiệp I đã vượt mức 20% kế hoạch, xí nghiệp II đã vượt mức 10% kế hoạch, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 400 dụng cụ. Tìm số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

**Bài** **5.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn, sau 2 giờ 24 phút thì đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi I, sau 2 giờ đóng vòi 1, mở vòi II thì sau 3 giờ nữa mới đầy bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

**Bài** **6.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 4 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

**Bài 7.** Tính chu vi của một hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng mỗi chiều hình chữ nhật lên thêm 4 m thì diện tích hình chữ nhật tăng thêm 80 . Nếu giảm chiều rộng đi 2 mvà tăng chiều dài 5 m thì diện tích hình chữ nhật bằng diện tích hình chữ nhật ban đầu.

**Bài 8.** Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m. Nếu giảm chiều rộng đi 4m và giảm chiều dài đi 5 m thì diện tích mảnh đất giảm đi 180 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

**Bài 9.**Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

**Bài 10.** Hai người làm chung một công việc thì sau 7 giờ 12 phút sẽ xong. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 5 giờ và một mình người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được  công việc. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong toàn bộ công việc?

**Bài 11.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 4 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

**Bài 12.** Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất phải làm được 700 sản phẩm trong một tháng. Nhưng do tổ I làm vượt mức kế hoạch 15%, tổ II làm vượt mức kế hoạch 20% nên cả hai tổ làm được 820 sản phẩm. Tính số sản phẩm mà mỗi tổ phải làm trong một tháng?

**Bài 13.** Theo kế hoạch hai tổ phải sản xuất được 900 sản phẩm trong một thời gian quy định. Thực tế, do tổ một làm vượt mức 20% nhưng tổ hai bị giảm 30% so với kế hoạch nên cả hai tổ làm được ít hơn 70 sản phẩm so với dự kiến. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

**Bài 14.** Tìm một số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng các bình phương hai chữ số của nó bằng 20. Mặt khác khi đổi chỗ hai chữ số của nó cho nhau thì ta được số mới lớn hơn số ban đầu 18 đơn vị.

**Bài 15.** Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 6 và nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị.

**Bài 16.** Một kho chứa 100 tấn xi măng, mỗi ngày đều xuất đi 20 tấn xi măng. Gọi là số ngày xuất xi măng của kho đó. Tìm sao cho khối lự̛̣ng xi măng còn lại trong kho it nhất là 10 tấn sau ngày xuất hàng.

**Bài 17.** Người ta dùng một loại xe tải để chở bia cho một nhà máy. Mỗi thùng bia 24 lon nặng trung bình . Theo khuyến nghị, trọng tài của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5, 25 tấn. Höi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng bia, biết bác lái xe nặng 65 kg?   
**Bài 18.** Tổng chi phí của một doanh nghiệp sản xuất áo sơ mi là 410 triệu đồng/ tháng. Giá bán của mỗi chiếc áo sơ mi là 350 nghin đồng. Hỏi trung bình mỗi tháng doanh nghiệp phải bán đự̛̣c it nhất bao nhiêu chiếc áo sơ mi để thu được lọ̣i nhuận it nhất là 1, 38 ti đồng sau   
**Bài 19.** Một cưa hàng gạo nhập vào kho 480 tấn. Mỗi ngày bán đi 20 tấn. Gọi () là số ngày xuất gạo của cửa hàng đó. Tìm sao cho khối lượng gạo còn lại của cửa hàng nhiểu nhất là 84 tấn sau x ngày bán.   
**Bài 20.** Một ngân hàng đang thực hiện ti lệ lâi gừi tiết kiệm (lăi suất tiết kiệm) hảng tháng là . Hỏi muốn có số tiền lâi hàng tháng ít nhất là 2 triệu đồng thỉ số tiến phài gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu?   
**Bài 21.** Một hình chữ nhật có các kich thước là 20 cm và 30 cm. Người ta bớt mỗi kích thước của nó đi . Hỏi giá trị lớn nhất của x là bao nhiêu để chu vi hỉnh chữ nhật thu được không nhỏ hơn 80 cm?

**Dạng 3: Rút gọn biểu thức số.**

a. b.   
c. d.   
e. ; f.   
g. ; h.

**i.**  k. 

l.  m. 

**n.**  o. 

p.  q. 

**Dạng 4. Rút gọn biểu thức và câu hỏi phụ**

**Bài 1.** Cho biểu thức  và  với .

1) Tính giá trị của  khi ;

2) Chứng minh rằng ;

3) Cho . So sánh  với .

**Bài 2.** Cho các biểu thức:

 ,  với .

1) Tính giá trị của  tại ;

2) Chứng minh rằng ;

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của .

**Bài 3*.*** Cho hai biểu thức  và  với .

1) Tính giá trị của biểu thức  khi ;

2) Chứng minh rằng ;

3) Đặt . Tìm tất cả các giá trị của  để .

**Bài 4.** Cho hai biểu thức  và  với .

1) Tính giá trị của biểu thức A khi ;

2) Chứng minh ;

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của .

**Bài 5*.*** Cho hai biểu thức:  và  với .

1) Rút gọn biểu thức ;

2) Cho biểu thức . Tìm  thỏa mãn .

**Bài 6.** Với  cho hai biểu thức  và 

1) Rút gọn biểu thức ;

2) Tìm các giá trị nguyên của *x* để  là một số tự nhiên.

**Bài 7.** Cho biểu thức và  với 

1) Chứng minh rằng  với ;

2) Với . Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Dạng 5. Hình thực tế**

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 1.** Một người quan sát đứng cách một tòa nhà khoảng  m (điểm ). Góc nâng từ chỗ người đó đứng đến nóc tòa nhà (điểm) là .  a) Tính chiều cao tòa nhà (*làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*).  b) Nếu người đó đi thêm  m nữa, đến vị trí  nằm giữa  và  thì góc nâng từ điểm  đến nóc tòa nhà là bao nhiêu (*làm tròn đến phút*)? |  |

**Bài 2.** Tia nắng chiếu qua ngọn một cái cây tạo với mặt đất một góc . Tìm chiều cao của cái cây đó biết bóng của nó trên mặt đất dài  mét (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).*

**Bài 3.** Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là  và có độ cao là . Tính độ dài của mặt cầu trượt (*làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*).

**Bài 4.**

|  |  |
| --- | --- |
| Hải đăng Trường Sa Lớn nằm trên đảo Trường Sa Lớn là “thủ phủ” quần đảo Trường Sa. Tính chiều cao của hải đăng đó biết rằng tia nắng mặt trời chiếu qua đỉnh của ngọn hải đăng hợp với mặt đất một góc  và bóng của hải đăng trên mặt đất dài  (*làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*). |  |

**Bài 5.**

|  |  |
| --- | --- |
| Biết chiếc tivi   có nghĩa là đường chéodài  *inch*, chiều cao cm. Hỏi góc hợp bởi đường chéo với chiều rộng  bằng bao nhiêu, biết . | CHO THUÊ TIVI FULL HD 40 INCH GIÁ RẺ  BA  ABA  CA |

**Dạng 6. Hình tổng hợp**

**Bài 1.** Cho **** vuông tại  có  và .

1) Giải ****.

2) Kẻ đường cao  của ****. Chứng minh:  là tiếp tuyến của .

3) Từ  kẻ  cắt  tại  và từ  kẻ  cắt  tại . Chứng minh:  là tiếp tuyến của .

4) Chứng minh: Ba điểm , ,  thẳng hàng.

**Lời giải**



1) **** vuông tại  có 

**** vuông tại 

2) Xét  có  tại   là tiếp tuyến của .

3) Xét  cân tại   có  là đường cao

 là tia phân giác 

Xét  và  có: , ,  chung

(c.g.c)



Mà 



Xét  có  tại  là tiếp tuyến của .

4) Xét  cân tại   có  là đường cao

 là tia phân giác 

Có 

 Ba điểm , ,  thẳng hàng.

**Bài 2.** Cho **** đường kính . Lấy điểm  thuộc  với  không trùng  và . Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng . Vẽ tiếp tuyến tại  của  cắt tia  tại .

1) Chứng minh: .

2) Chứng minh:  là tiếp tuyến .

3) Vẽ ,  và vẽ , . Chứng minh: .

**Lời giải**



1) Xét  cân tại   có  là đường trung tuyến

 là đường cao và đường phân giác của  và 

Xét **** đường kính  có 

Có: , 

2) Có  là tiếp tuyến của  tại 

Xét  và  có: , ,  chung

(c.g.c)



Mà 



Xét  có  tại  là tiếp tuyến của .

3) Có  cân tại 

Có  và 



Xét  và  có: ,  chung, 

 (cạnh huyền - góc nhọn) 

 vuông tại  có  là đường cao 

.

**Bài 3.** Từ điểm *A* ở ngoài đường tròn (*O*; *R*) vẽ hai tiếp tuyến *AB*, *AC* đến (*O*) (*B*, *C* là các tiếp điểm).

1) Chứng minh: *OA* vuông góc với *BC* tại *H*.

2) Vẽ đường thẳng vuông góc với *OB* tại *O* cắt cạnh *AC* tại *E*. Chứng minh: ∆*OAE* là tam giác cân.

3) Trên tia đối của tia *BC* lấy điểm *Q*. Vẽ hai tiếp tuyến *QM*, *QN* đến (*O*) (*M*, *N* là tiếp điểm). Chứng minh: 3 điểm *A*, *M*, *N* thẳng hàng.

**Lời giải**

A diagram of a triangle with lines and triangles

Description automatically generated

1) Ta có: +) *AB = AC* (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

+) *OB = OC* (= *R*)

⇒ *AO* là đường trung trực của *BC*

Hay *AO* vuông góc với *BC* tại *H*

2) Ta có: hai tiếp tuyến AB, AC cắt nhau tại A

⇒ AO là phân giác của 

⇒  (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Lại có: *AB* ⊥ *BO* (*AB* là tiếp tuyến của (*O*))

*EO* ⊥ *BO* (gt)

⇒ *AB* // *EO*

⇒  (hai góc so le trong)

⇒ 

Khi đó, Δ*AEO* cân tại *E*.

3) Xét tam giác *ABO*, có:

+) *AB* ⊥ *BO* (*AB* là tiếp tuyến)

+) *AO* ⊥ *BC* tại *H* (cmt)

⇒ Δ*ABO* vuông tại *B* với đường cao *BH*

⇒  (1)

Ta có: +) *QM = QN* (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau);

+) *OM = ON = R*;

⇒ *OQ* là đường trung trực của *MN*;

⇒ *OQ* ⊥ *MN* tại *I*

Xét tam giác *OMQ*, có:

+) *OM* ⊥ *MQ* (*MQ* là tiếp tuyến của (*O*))

+) *OQ* ⊥ *MN* tại *I* (cmt)

⇒ Δ*OMQ* vuông tại *M* với đường cao *MI*;

⇒  (2)

Từ (1) và (2) ⇒ 

⇒ 

Xét Δ*OIA* và Δ*OHQ*, có:

+)  (cmt)

+)  góc chung

⇒ Δ*OIA*  Δ*OHQ* (c.g.c)

⇒  (hai góc tương ứng)

Mà  ⇒  hay *OI* ⊥ *AI*

Lại có: *OI* ⊥ *MN* suy ra *A*, *M*, *N* thẳng hàng.

**Bài 4.** Cho  nhọn, đường tròn tâm  có đường kính  cắt ,  lần lượt ở  và . Gọi  là giao điểm của  và ,  là giao điểm của  và .

1) Tính số đo  và .

2) Chứng minh: Bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn, xác định tâm  của đường tròn.

3) Gọi  là trung điểm của . Chứng minh .

4) Chứng minh: tiếp tuyến tại  và  của đường tròn  cắt nhau tại .

A diagram of a circle with lines and triangles

Description automatically generated

1)  là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm  có đường kính 



2) Vì  nên ;  nên 

Xét  có  (vì )  vuông tại 

 cùng thuộc một đường tròn, đường kính 

Xét  có  (vì )  vuông tại 

 cùng thuộc một đường tròn, đường kính 

Do vậy bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn đường kính 

Lấy  là trung điểm của đường kính   là tâm của đường tròn.

3) Chứng minh 

Cách 1 : Xét  có  là trung điểm của  và  là trung điểm của 

 là đường trung bình của 

 hay  (\*)

Xét  có  (vì )  vuông tại 

Mà  là đường trung tuyến của 



Ta có  nên  đường trung trực của đoạn 

 cùng thuộc đường tròn tâm  đường trung trực của đoạn 

Suy ra  là đường trung trực của đoạn 

 hay  (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) suy ra .

Cách 2: Xét  có  lần lượt là trung điểm của 

Suy ra  là đường trung bình của 



Xét  có  lần lượt là trung điểm của 

Suy ra  là đường trung bình của 

 hay 

Ta có ,  và  nên suy ra 

4)  cùng thuộc đường tròn tâm  cân tại  

Lại có  (2 góc đối đỉnh)

 (1)

Xét  có:  là các đường cao và  cắt  tại 

 là trực tâm của 

Hay  là đường cao của  (vì  là giao điểm của  và )



Xét  và  có:



 chung

Do đó  đồng dạng  (góc – góc)

 (cặp góc tương ứng)

Mà  cùng thuộc đường tròn tâm  cân tại 

Suy ra  (2)

Từ (1) và (2) 

Ta có  suy ra  hay 

Xét đường tròn  có  là tiếp tuyến ()

\*Chứng minh tương tự suy ra  là tiếp tuyến của đường tròn 

Vậy tiếp tuyến tại  và  của đường tròn  cắt nhau tại  (đpcm).

**Bài 5.** Cho điểm *A* nằm ngoài đường tròn (*O*;*R*). Vẽ 2 tiếp tuyến *AB*, *AC* với đường tròn (*O*) (*B*, *C* là các tiếp điểm). Vẽ đường kính *CD* của đường tròn (*O*).

1) Chứng minh: *OA* ⊥ *BC* và *OA* // *BD*.

2) Gọi *E* là giao điểm của *AD* và đường tròn (*O*) (*E* khác *D*), *H* là giao điểm của *OA* và *BC*. Chứng minh: *AE*.*AD* = *AH*.*AO*

3) Chứng minh: 

4) Gọi *r* là bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác *ABC*. Tính độ dài đoạn thẳng *BD* theo *R*, *r*.

**Lời giải**

***A diagram of a circle with lines and triangles

Description automatically generated***

1) Ta có: +) *AB = AC* (tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)

+) *OB = OC = R*

⇒ *OA* là đường trung trực của *BC*

⇒ *OA* ⊥ *BC* tại *H*;

Lại có:  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

⇒ *BD* ⊥ *BC*

Mà *OA* ⊥ *BC* (cmt) ⇒ *OA* // *BD* (⊥ *BC*)

2) Xét Δ*ABO* vuông tại *B* với đường cao *BH*,

Có:  (hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông)

Vì  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên *CE* ⊥ *AD*

*AD* cắt đường tròn (*O*) tại  

Xét Δ*ACD* vuông tại *C* với đường cao *CE*,

Có:  (hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông)

Mà *AB* = *AC* (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

⇒  (đpcm)

⇒ 

3) Xét Δ*AEH* và Δ*AOD*, có:

+) : góc chung;

+)  (cmt)

⇒ Δ*AEH*  Δ*AOD* (c.g.c)

⇒  (hai góc tương ứng)

Mặt khác, ta có: *OE* = *OD* = *R*

⇒ Δ*ODE* cân tại *O*

⇒  (tính chất Δ cân)

⇒  (đpcm)

4) Gọi *O’* là giao điểm của *OA* và (*O*)

Ta có: hai tiếp tuyến AB và AC cắt nhau tại A

⇒  (tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)

⇒ 

⇒  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn hai cung bằng nhau)

⇒ *CO’* là tia phân giác của 

Lại có: *AO* là tia phân giác của 

Mà *AO* cắt *CO’* tại *O’*

⇒ *O’* là tâm đường tròn nội tiếp Δ*ABC*.

Có: *O’H* ⊥ *BC* ⇒ *O’H* = *r*

⇒ *OH = OO’ – O’H = R – r*

Xét Δ*BCD*, có:

+) *H* là trung điểm của *BC*;

+) *O* là trung điểm của *CD*

⇒ *HO* là đường trung bình của Δ*BCD*

⇒ *BD* = 2*HO* = 2.(*R – r*) (tính chất đường trung bình trong tam giác)

**Dạng 7. Một số bài toán nâng cao**

**Bài 1.** Cho các số thực thỏa mãn tim giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức   
**Bài 2.** Cho hình hộp chữ nhật có độ dài đường chéo . Gọi S là tổng diện tich tất cả cảc mặt của hình hộp chữ nhật đã cho. Tìm giả trị lớn nhất của S.   
**Bài 3.** Cho . Tỉm GTNN của biểu thức   
**Bài 4.** Cho dương thoà mãn . Tím GTNN của .   
**Bài 5.** Cho thỏa mãn . Chứng minh rằng

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **BGH duyệt** | **Tổ nhóm chuyên môn** | **GV lập** |
| **Kiều Thị Tâm** |  | **Nguyễn Khánh Huyền** |