

ĐỀ 1

I. Trắc nghiệm (2 điểm):

Câu 1: Căn bậc ba của -125 là:

- A. -25 . B. ± 5 . C. 5 . D. -5 .

Câu 2: Biểu thức $\sqrt{10 + 100x}$ có nghĩa khi:

- A. $x < 10$. B. $x \geq \frac{1}{10}$. C. $x \geq -\frac{1}{10}$. D. $x \geq 10$.

Câu 3: Kết quả khi khử mẫu của $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ là:

- A. $\frac{3+\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}+3}{6}$. D. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4: Giá trị biểu thức $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ là:

- A. 3 . B. 1 . C. $2\sqrt{3}$. D. 2 .

Câu 5: Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\tan \hat{MNP}$ bằng:

- A. $\frac{MN}{NP}$. B. $\frac{MP}{NP}$. C. $\frac{MN}{MP}$. D. $\frac{MP}{MN}$.

Câu 6: Viết $\sin 60^\circ$ thành tỉ số lượng giác của góc nhỏ hơn 45° ta được kết quả

- A. $\sin 20^\circ$ B. $\cos 30^\circ$. C. $\tan 30^\circ$ D. $\cos 20^\circ$

Câu 7: "Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng ... ". Cụm từ thích hợp điền vào dấu '...' là:

- A. Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cos góc kề .
B. Cạnh huyền nhân với sin góc kề hoặc nhân với cos góc đối .
C. Cạnh huyền nhân với tan góc đối hoặc nhân với cot góc kề .

Câu 8: Trong tam giác ABC vuông tại A , hệ thức nào sau đây là đúng

- A. $AB = AC \cdot \sin C$. B. $AB = AC \cdot \cos C$.
C. $AB = AC \cdot \tan C$. D. $AB = AC \cdot \tan B$.

II. Bài tập (8 điểm):

Bài 1 (1,5 điểm): Thực hiện phép tính

- a) $\sqrt{49} - \sqrt{16} : 2$
b) $5\sqrt{3} + \sqrt{75} - \frac{3}{2} : \sqrt{3} - \sqrt{48}$
c) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

Bài 2(1 điểm) : Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 4$

b) $\sqrt{4x - 20} + \sqrt{x - 5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x - 45} = 4$

Bài 3 (2 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x} - 5}{x + 3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{6}{1 - x}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

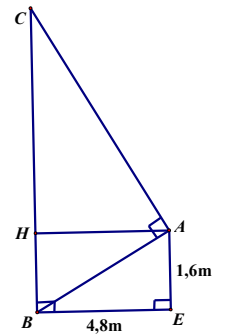
a) Tính giá trị của biểu thức A với $x = 9$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Với $x > 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{\frac{B}{A}}$

Bài 4 (3 điểm):

1. Một người thợ sử dụng thước ngắm có góc vuông để đo chiều cao của một cây dừa với các kích thước được đo như hình vẽ. Khoảng cách từ gốc cây đến chân người thợ là 4,8m và từ vị trí chân đứng thẳng trên mặt đất đến mắt người thợ là 1,6m. Hỏi với các kích thước trên, người thợ đo được chiều cao của cây đó là bao nhiêu? (làm tròn đến m)



2. Cho ΔABC vuông tại A có $AC = 8\text{cm}$; $BC = 10\text{cm}$, đường cao AH.

a) Tính BH, HC, AH.

b) Gọi E là hình chiếu của H trên AB. Gọi F là hình chiếu của H trên AC, chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$ và ΔAFE đồng dạng với ΔABC

c) Chứng minh $BE = BC \cdot \cos^3 B$

Bài 5 (0,5 điểm): Cho $A = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(2-x)^2} + \frac{1}{(x-1)(2-x)}$ với $1 < x < 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A

Đề 1

I. Trắc nghiệm (3 điểm): Mỗi câu đúng được 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	C	B	B	D	B	A	C

II. Tự luận (7 điểm):

Đáp án	Điểm
Bài 1 (1,5 điểm): Thực hiện phép tính	
a)	
$\sqrt{49} - \sqrt{16} : 2$	0,25 điểm
$= 7 - 4 : 2$	
$= 7 - 2$	0,25 điểm
$= 5$	
b)	
$5\sqrt{3} + \sqrt{75} - \frac{3}{2} : \sqrt{3} - \sqrt{48}$	0,25 điểm
$= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \frac{3}{2} : \sqrt{3} - 4\sqrt{3}$	
$= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - 4\sqrt{3}$	
$= \frac{11\sqrt{3}}{2}$	0,25 điểm
c)	
$\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$	
$= \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} + \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{\sqrt{2}}$	0,25 điểm
$= \frac{2\sqrt{3}}{3-1} + 2 - \sqrt{3}$	
$= \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 2$	0,25 điểm

Bài 2 (1 điểm) : Giải phương trình

$$a) \sqrt{x^2 + 6x + 9} = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 3)^2} = 4$$

$$\Leftrightarrow |x + 3| = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 4 \\ x + 3 = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -7 \end{cases}$$

0,25 điểm**0,25 điểm**Vậy $x \in \{-7; 1\}$

$$b) \sqrt{4x - 20} + \sqrt{x - 5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x - 45} = 4$$

ĐK : $x \geq 5$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(x - 5)} + \sqrt{x - 5} - \frac{1}{3}\sqrt{9(x - 5)} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x - 5} + \sqrt{x - 5} - \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{x - 5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x - 5} = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x - 5} = 2$$

$$\Leftrightarrow x - 5 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 9(TM)$$

0,25 điểm**0,25 điểm**Vậy $x \in \{9\}$ **Bài 3 (2 điểm):**

$$A = \frac{3\sqrt{x} - 5}{x + 3}$$

a) ĐKXD: $x \geq 0; x \neq -3$ Thay $x = 9$ (TMĐK) vào A

$$A = \frac{3\sqrt{9} - 5}{9 + 3} = \frac{9 - 5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

KL: Với $x = 9$ thì biểu thức có giá trị là $\frac{1}{3}$

$$b) B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{6}{x - 1}$$

0,25 điểm**0,25 điểm****0,25 điểm**

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + (2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1) - 6}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$B = \frac{x + \sqrt{x} + 2x - 2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 1 - 6}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$B = \frac{3x - 2\sqrt{x} - 5}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}+1)(3\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-1}$$

c)

$$P = \sqrt{\frac{x+3}{\sqrt{x}-1}}$$

ĐKXD: Có $x \geq 0 \Rightarrow x + 3 > 0$

Để $\frac{x+3}{\sqrt{x}-1} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

$$P = \sqrt{\frac{x - 2\sqrt{x} + 1 + 2\sqrt{x} - 2 + 4}{\sqrt{x}-1}}$$

$$P = \sqrt{\frac{(\sqrt{x}-1)^2 + 2(\sqrt{x}-1) + 4}{\sqrt{x}-1}}$$

$$P = \sqrt{(\sqrt{x}-1) + 2 + \frac{4}{\sqrt{x}-1}}$$

Vì $x > 1$ nên $\sqrt{x}-1 > 0$; $\frac{4}{\sqrt{x}-1} > 0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si; ta có:

$$\sqrt{x}-1 + \frac{4}{\sqrt{x}-1} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}-1) \cdot \frac{4}{\sqrt{x}-1}}$$

$$\sqrt{x}-1 + \frac{4}{\sqrt{x}-1} \geq 2\sqrt{4}$$

$$\sqrt{x}-1 + \frac{4}{\sqrt{x}-1} \geq 4$$

$$\text{Suy ra: } (\sqrt{x}-1) + 2 + \frac{4}{\sqrt{x}-1} \geq 6$$

$$\Rightarrow P \geq \sqrt{6}$$

Vậy GTNN của $P = \sqrt{6}$ khi $x = 9$

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

$\Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC}$ <p>lại có góc EAF chung $\Rightarrow \Delta AFE$ đồng dạng với ΔABC</p>	0,25 điểm
<p>c) Chứng minh: $BE = BC \cdot \cos^3 B$ $\cos B = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \cos^3 B \cdot BC = BC \cdot \frac{BH^3}{AB^3} = BC \cdot BH \cdot \frac{BH^2}{AB^3} = \frac{BH^2}{AB} = BE$</p>	0,5 điểm
<p>Bài 5 $1 < x < 2$</p> $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(2-x)^2} \geq 2 \sqrt{\frac{1}{(x-1)^2} \cdot \frac{1}{(2-x)^2}}$ $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(2-x)^2} \geq \frac{2}{(x-1)(2-x)}$ $A \geq \frac{2}{(x-1)(2-x)} + \frac{1}{(x-1)(2-x)}$ $A \geq \frac{3}{(x-1)(2-x)}$ $A \geq \frac{3}{-x^2 + 3x - 2}$ $A \geq \frac{3}{\frac{1}{4} - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2}$ <p>Vì $0 < \frac{1}{4} - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$ $\Rightarrow A \geq \frac{3}{\frac{1}{4} - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2} \geq \frac{3}{\frac{1}{4}} \geq 12$</p> <p>Vậy GTNN của A = 12 khi $x = \frac{3}{2}$</p>	0,25 điểm

Mọi cách làm khác đúng đều cho điểm tối đa.

GV ra đề

Tổ trưởng duyệt

Ban giám hiệu duyệt

Nguyễn Thị Thu Thúy

Đinh Thị Như Quỳnh

ĐỀ 2

I. Trắc nghiệm (2 điểm):

Câu 1: Căn bậc ba của -8 là:

- A. ± 8 . B. ± 2 . C. 2 . D. -2 .

Câu 2: Biểu thức $\sqrt{5 + 100x}$ có nghĩa khi:

- A. $x < 20$. B. $x \geq \frac{1}{20}$. C. $x \geq -\frac{1}{20}$. D. $x \geq 20$.

Câu 3: Kết quả khi khử mẫu của $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ là:

- A. $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}+1}{6}$. D. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4: Giá trị biểu thức $\sqrt{(3-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ là:

- A. 3 . B. 1 . C. $2\sqrt{3}$. D. 2 .

Câu 5: Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\tan \widehat{MNP}$ bằng:

- A. $\frac{MN}{NP}$. B. $\frac{MP}{NP}$. C. $\frac{MN}{MP}$. D. $\frac{MP}{MN}$.

Câu 6: Viết $\sin 60^\circ$ thành tỉ số lượng giác của góc nhỏ hơn 45° ta được kết quả

- A. $\sin 20^\circ$ B. $\tan 30^\circ$. C. $\cos 30^\circ$ D. $\cos 20^\circ$

Câu 7: Trong tam giác ABC vuông tại A , hệ thức nào sau đây là đúng

- A. $AB = AC \cdot \sin C$. B. $AB = AC \cdot \cos C$.
C. $AB = AC \cdot \tan C$. D. $AB = AC \cdot \cot B$.

Câu 8: "Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng ... ". Cụm từ thích hợp điền vào dấu '...' là:

- A. Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cos góc kề .
B. Cạnh huyền nhân với sin góc kề hoặc nhân với cos góc đối .
C. Cạnh huyền nhân với tan góc đối hoặc nhân với cot góc kề .

II. Bài tập (8 điểm):

Bài 1 (1,5 điểm): Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{36} - \sqrt{4} : 2$

b) $8\sqrt{3} + \sqrt{75} - \frac{3}{2} : \sqrt{3} - \sqrt{48}$

c) $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - 1} - \frac{3\sqrt{5} + 5}{\sqrt{5} + 3} + \frac{2}{\sqrt{2}}$

Bài 2 (1 điểm) : Giải phương trình

$$a) \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 5$$

$$b) \frac{1}{2} \sqrt{x-2} - 4 \sqrt{\frac{4x-8}{9}} + \sqrt{9x-18} = 5$$

Bài 3 (2 điểm): Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{3x+3}{x-9} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \text{ với } x \geq 0; x \neq 9$$

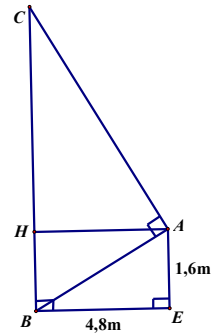
a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của biểu thức P với $x = 25$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{1}{3}(x+16).P$

Bài 4 (3 điểm):

1. Một người thợ sử dụng thước ngắm có góc vuông để đo chiều cao của một cây dừa với các kích thước được đo như hình vẽ. Khoảng cách từ gốc cây đến chân người thợ là 4,8m và từ vị trí chân đứng thẳng trên mặt đất đến mắt người thợ là 1,6m. Hỏi với các kích thước trên, người thợ đo được chiều cao của cây đó là bao nhiêu? (làm tròn đến m)



2. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$; $BC = 10\text{cm}$, đường cao AH.

a) Tính BH, HC, AH.

b) Gọi E là hình chiếu của H trên AB. Gọi F là hình chiếu của H trên AC, chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$ và ΔAFE đồng dạng với ΔABC

c) Chứng minh $BE = BC \cdot \cos^3 B$

Bài 5 (0,5 điểm): cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} + \sqrt{c+1} = 6$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$C = \sqrt{a^2 + ab + b^2} + \sqrt{b^2 + bc + c^2} + \sqrt{c^2 + ca + a^2}$$

Đề 2

I. Trắc nghiệm (3 điểm): Mỗi câu đúng được 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	C	B	D	D	C	C	A

II. Tự luận (7 điểm):

Đáp án	Điểm
Bài 1 (1,5 điểm): Thực hiện phép tính	
$a)\sqrt{36} - \sqrt{4} : 2$	
$\sqrt{36} - \sqrt{4} : 2$	0,25 điểm
$= 6 - 2 : 2$	
$= 6 - 1 = 5$	0,25 điểm
$b)8\sqrt{3} + \sqrt{75} - \frac{3}{2} : \sqrt{3} - \sqrt{48}$	
$8\sqrt{3} + \sqrt{75} - \frac{3}{2} : \sqrt{3} - \sqrt{48}$	0,25 điểm
$= 8\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - 4\sqrt{3}$	
$= \frac{17}{2}\sqrt{3}$	0,25 điểm
b)	
$5\sqrt{3} + \sqrt{75} - \frac{3}{2} : \sqrt{3} - \sqrt{48}$	
$= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \frac{3}{2} : \sqrt{3} - 4\sqrt{3}$	0,25 điểm
$= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - 4\sqrt{3}$	
$= \frac{11\sqrt{3}}{2}$	0,25 điểm

$$\begin{aligned}
 c) & \frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1} - \frac{3\sqrt{5}+5}{\sqrt{5}+3} + \frac{2}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{5}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{5}+3} + \sqrt{2} \\
 &= \sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{2} = \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

0,25 điểm

0,25 điểm

Bài 2 (1 điểm) : Giải phương trình

$$\begin{aligned}
 a) & \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 5 \\
 \Leftrightarrow & \sqrt{(x-1)^2} = 5 \\
 \Leftrightarrow & |x-1| = 5 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x-1 = 5 \\ x-1 = -5 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 6 \\ x = -4 \end{cases}
 \end{aligned}$$

0,25 điểm

0,25 điểm

Vậy $x \in \{-4; 6\}$

$$b) \frac{1}{2}\sqrt{x-2} - 4\sqrt{\frac{4x-8}{9}} + \sqrt{9x-18} = 5$$

ĐK : $x \geq 2$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{x-2} - 4\sqrt{\frac{4(x-2)}{9}} + \sqrt{9(x-2)} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{x-2} - 4\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{x-2} + 3\sqrt{x-2} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{6}\sqrt{x-2} = 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 6$$

$$\Leftrightarrow x-2 = 36$$

$$\Leftrightarrow x = 38(TM)$$

Vậy $x \in \{38\}$

0,25 điểm

0,25 điểm

Bài 3 (2 điểm):

a) Rút gọn biểu thức P

$$P = \left(\frac{3x+3}{x-9} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

$$P = \left(\frac{3x+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

$$P = \frac{3x+3-2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)-\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

$$P = \frac{3x+3-2x+6\sqrt{x}-x-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

$$P = \frac{3\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

$$P = \frac{3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

$$P = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

b) Tính giá trị của biểu thức P với $x = 25$

Thay $x = 25$ (TMĐK) vào biểu thức P ta có

$$P = \frac{3}{\sqrt{25}+3} = \frac{3}{8}$$

Vậy tại $x = 25$ thì

$$P = \frac{3}{8}$$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{1}{3}(x+16) \cdot P$

$$Q = \frac{x+16}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x}-3 + \frac{25}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x}+3 + \frac{25}{\sqrt{x}+3} - 6$$

Có

$$\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} + \frac{25}{\sqrt{x}+3} > 0 \text{ với mọi } x \text{ thoả mãn điều kiện xác định}$$

Áp dụng bất đẳng thức côsi cho hai số dương là

$$\sqrt{x}+3 \text{ và } \frac{25}{\sqrt{x}+3}$$

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

$$\sqrt{x} + 3 + \frac{25}{\sqrt{x} + 3} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} + 3) \frac{25}{\sqrt{x} + 3}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + 3 + \frac{25}{\sqrt{x} + 3} \geq 10$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + 3 + \frac{25}{\sqrt{x} + 3} - 6 \geq 4$$

$$\Rightarrow Q \geq 4$$

Dấu '=' xảy ra

$$(\sqrt{x} + 3)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 = 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 4(TM)$$

Vậy $Q_{\min} = 4$ tại $x = 4$

0,25 điểm

Bài 4:

1. Gọi chiều cao người thợ là AE, chiều cao cây là BC

Kẻ $AH \perp BC$

Xét tứ giác AEBH có: $\widehat{HBE} = \widehat{BEA} = \widehat{BHA}$

\Rightarrow AEBH là hình chữ nhật

$\Rightarrow AE = BH = 1,6$ (m)

Xét $\triangle ABE$ vuông tại E có:

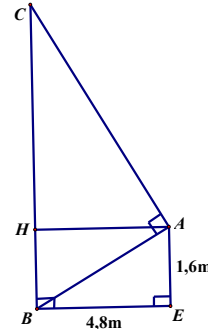
$$AB^2 = AE^2 + BE^2 = 1,6^2 + 4,8^2$$

$$AB = AB \approx 5 \text{ m}$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH có:

$$AB^2 = BH \cdot BC$$

$$BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{5^2}{1,6} \approx 16 \text{ m}$$



0,25 điểm

0,25 điểm

2.

a) Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH (gt)

Ta có: $AB^2 = HB \cdot BC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\Rightarrow 6^2 = HC \cdot 10$$

$$\Rightarrow 36 = HC \cdot 10$$

$$\Rightarrow HB = 3,6$$

Ta có: $HB + HC = BC$

$$\Rightarrow HC = BC - HB$$

$$\Rightarrow HC = 10 - 3,6$$

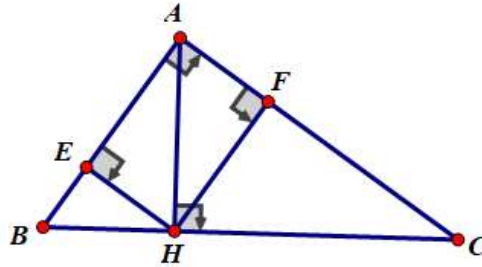
$$\Rightarrow HB = 6,4$$

Ta có: $AH^2 = HB \cdot HC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$AH^2 = 6,4 \cdot 3,6$$

$$AH^2 = 23,04$$

$$AH = 4,8$$



0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

b) Xét ΔAHB vuông tại H (AH là đường cao ΔABC)

Có đường cao HE (E là hình chiếu của H trên AB)

Ta có: $AH^2 = AE \cdot AB$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1)

Xét ΔAHC vuông tại H (AH là đường cao ΔABC)

Có đường cao HF (F là hình chiếu của H trên AC)

Ta có: $AH^2 = AF \cdot AC$ (hệ thức lượng trong tam giác ΔABC) (2)

Từ (1) và (2) Suy ra: $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

$$\Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

lại có góc EAF chung

$\Rightarrow \Delta AFE$ đồng dạng với ΔABC

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

c) Chứng minh: $BE = BC \cdot \cos^3 B$

$$\cos B = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \cos^3 B \cdot BC = BC \cdot \frac{BH^3}{AB^3} = BC \cdot BH \cdot \frac{BH^2}{AB^3} = \frac{BH^2}{AB} = BE$$

0,5 điểm

Bài 5 (0,5 điểm): cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn

$$\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} + \sqrt{c+1} = 6$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$C = \sqrt{a^2 + ab + b^2} + \sqrt{b^2 + bc + c^2} + \sqrt{c^2 + ca + a^2}$$

ta có

$$a^2 + ab + b^2 = \frac{3}{4}(a+b)^2 + \frac{1}{4}(a-b)^2 \geq \frac{3}{4}(a+b)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2 + ab + b^2} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}(a+b)$$

Chúng minh tương tự ta cũng có

$$\sqrt{b^2 + bc + c^2} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}(b+c)$$

$$\sqrt{c^2 + ca + a^2} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}(c+a)$$

$$\Rightarrow C \geq \frac{\sqrt{3}}{2}(a+b) + \frac{\sqrt{3}}{2}(b+c) + \frac{\sqrt{3}}{2}(c+a)$$

$$\Rightarrow C \geq \sqrt{3}(a+b+c) \quad (1)$$

Mặt khác

$$2\sqrt{a+1} \leq \frac{4+a+1}{2} \Rightarrow 2\sqrt{a+1} \leq \frac{a+5}{2}$$

$$2\sqrt{b+1} \leq \frac{4+b+1}{2} \Rightarrow 2\sqrt{b+1} \leq \frac{b+5}{2}$$

$$2\sqrt{c+1} \leq \frac{4+c+1}{2} \Rightarrow 2\sqrt{c+1} \leq \frac{c+5}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} + \sqrt{c+1} \leq \frac{a+b+c+15}{4}$$

$$\Rightarrow a+b+c+15 \geq 24$$

$$\Rightarrow a+b+c \geq 9 \quad (2)$$

Từ (1) và (2)

$$\Rightarrow C \geq 9\sqrt{3}$$

Dấu '=' xảy ra khi $a=b=c=3$

0,25 điểm

0,25 điểm

Mọi cách làm khác đúng đều cho điểm tối đa.

GV ra đề

Tổ trưởng duyệt

Ban giám hiệu duyệt

Lê Thị Thái Hà

Đinh Thị Như Quỳnh

