

Yêu cầu: Học sinh cả lớp cùng làm vào phiếu học tập (thời gian 3 khoảng phút).
Thu, chấm và ghi điểm cho 5 bạn có kết quả nhanh nhất (ưu tiên hs trung bình)

1. Điền vào chỗ (...) để hoàn thành các công thức sau:

$$1. \sqrt{A^2} = \dots$$

$$2. \sqrt{AB} = \dots$$

$$3. \sqrt{\frac{A}{B}} = \dots$$

$$4. \sqrt{A^2 B} = \dots$$

$$5. \sqrt{\frac{A}{B}} = \dots$$

2. Rút gọn:

$$\frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} + \frac{5 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} =$$

3:00



Đáp án

1. Điền vào chỗ (...) để hoàn thành các công thức sau:

$$1. \sqrt{A^2} = |A|$$

$$2. \sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \quad (\text{Với } A \geq 0; B \geq 0)$$

$$3. \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (\text{Với } A \geq 0; B > 0)$$

$$4. \sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} \quad (\text{Với } B \geq 0)$$

$$5. \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|} \quad (\text{Với } A \cdot B \geq 0; B \neq 0)$$

2. Rút gọn:

$$\begin{aligned} \frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} + \frac{5 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)}{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)} \\ &= \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 1} + \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} + 1} \\ &= \frac{(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2}{4} \\ &= \frac{6 + 2\sqrt{5} + 6 - 2\sqrt{5}}{4} \\ &= \frac{12}{4} \\ &= 3 \end{aligned}$$



**TIẾT 12: RÚT GỌN
BIỂU THỨC CHỨA
CĂN BẬC HAI –
TIẾT 1**



Làm thế nào để giải các bài tập này?

Bài 1. Rút gọn $5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} + \sqrt{5}$ với $a > 0$

Bài 2. Chứng minh đẳng thức $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{2}$

Tiết 12: Bài 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Dạng 1: Rút gọn biểu thức

Ví dụ 1. Rút gọn $5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} + \sqrt{5}$ với $a > 0$

Lời giải

$$\begin{aligned}5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} + \sqrt{5} &= 5\sqrt{a} + \frac{6}{2}\sqrt{a} - a\sqrt{\frac{4a}{a^2}} + \sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - \frac{2a}{a}\sqrt{a} + \sqrt{5} \\ &= 8\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{a} + \sqrt{5}\end{aligned}$$

Hoạt động nhóm và trình bày kết quả trên bảng nhóm (2 phút)

+ Nhóm TỔ 1,3

1. Rút gọn

$$3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} + \sqrt{a} =$$

Lời giải

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} + \sqrt{a} \\ &= 3\sqrt{5a} - \sqrt{4 \cdot 5a} + 4\sqrt{9 \cdot 5a} + \sqrt{a} \\ &= 3\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} + 12\sqrt{5a} + \sqrt{a} \\ &= 13\sqrt{5a} + \sqrt{a} \\ &= (13\sqrt{5} + 1)\sqrt{a} \end{aligned}$$

Gợi ý

Thực hiện tương tự ví dụ 1

+ Nhóm TỔ 2,4

2. Rút gọn

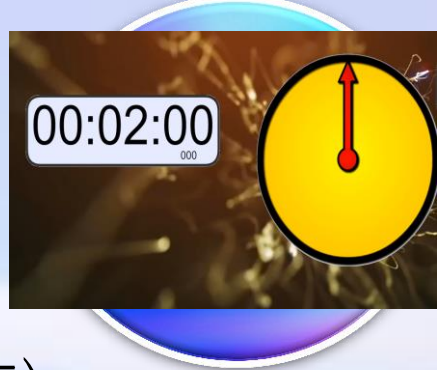
$$(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) =$$

Lời giải

$$\begin{aligned} &= \left[(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{3} \right] \left[(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{3} \right] \\ &= (1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 3 \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Có thể nhân đa thức với đa thức, hoặc nhóm hạng tử để dùng hằng đẳng thức

Gợi ý



Tiết 12: Bài 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Bài 58a. Rút gọn:

$$\begin{aligned}5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{5} &= \\ &= 5\sqrt{\frac{5}{5^2}} + \frac{1}{2}\sqrt{4.5} + \sqrt{5} \\ &= \frac{5}{5}\sqrt{5} + \frac{2}{2}\sqrt{5} + \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$



Bài 58b. Rút gọn:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5} &= \\ &= \sqrt{\frac{2}{2^2}} + \sqrt{\frac{9.2}{2^2}} + \sqrt{\frac{25.2}{2^2}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{5}{2}\sqrt{2} \\ &= \frac{9\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$



Tiết 12: Bài 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Gv cho học sinh chốt:

Để rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai ta cần lưu ý:

1. Tìm điều kiện để biểu thức được xác định (nếu cần).
2. Dùng các phép biến đổi đơn giản các căn thức bậc hai.
3. Vận dụng các quy tắc thực hiện phép tính để thu gọn.
4. Phân tích đa thức thành nhân tử rồi giản ước nếu được.



Dạng 2: Chứng minh đẳng thức:

Ví dụ 2. Chứng minh đẳng thức:

$$(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{2}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} VT &= (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= \left[(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{3} \right] \left[(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{3} \right] \\ &= (1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 3 \\ &= 2\sqrt{2} = VP \end{aligned}$$

Vậy đẳng thức đã được chứng minh

Từ nội dung HĐ nhóm Gv hướng dẫn cho hs trình bày ví dụ 2. Giới thiệu dạng 2. Cho HS trao đổi nhóm cặp đôi, đại diện hs lên bảng trình bày ?2



?2. Chứng minh đẳng thức:

$$\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$$

với $a > 0, b > 0$

Lời giải

$$\begin{aligned} VT &= \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \\ &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \\ &= a - \sqrt{ab} + b - \sqrt{ab} \\ &= a - 2\sqrt{ab} + b \\ &= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = VP \end{aligned}$$

Tiết 12: Bài 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Gv cho học sinh chốt:

Để chứng minh một đẳng thức, ta có thể:

1. Dùng các phép biến đổi đơn giản để biến đổi VT = VP hoặc ngược lại (thông thường biến đổi vế phức tạp bằng vế đơn giản)
2. Hoặc biến đổi cả hai vế cùng bằng một biểu thức thứ ba (dùng tính chất nếu $A = B$ và $B = C$ thì $A = C$)
3. Biến đổi tương đương dẫn đến điều hiển nhiên đúng.
4. Xét hiệu hai vế và chứng minh hiệu đó bằng 0.

Dạng 3: Bài tập tổng hợp:

Ví dụ 3. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right)$ với $a > 0$ và $a \neq 1$



a) Rút gọn biểu thức p

b) Tìm giá trị của a để $P < 0$

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}}{2\sqrt{a}} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \left(\frac{(\sqrt{a}-1)^2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} - \frac{(\sqrt{a}+1)^2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \right) \\ &= \left(\frac{a-1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \left(\frac{(\sqrt{a}-1)^2 - (\sqrt{a}+1)^2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \right) = \frac{(a-1)^2}{4a} \cdot \left(\frac{(\sqrt{a}-1+\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1-\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \right) \\ &= \frac{(a-1)^2}{4a} \cdot \left(\frac{-4\sqrt{a}}{a-1} \right) = \frac{1-a}{\sqrt{a}} \end{aligned}$$

Tiết 12: Bài 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Ví dụ 3.

b) Tìm giá trị của a để $P < 0$

Điền vào chỗ ... để được lời giải đúng

b) Với $a > 0, a \neq 1$ thì $\sqrt{a} > 0$

$$\Rightarrow P = \frac{1-a}{\sqrt{a}} < 0$$

$$\Leftrightarrow 1-a < 0$$

$$\Leftrightarrow a > 1.$$

Vậy với $a > 1$ thì $P < 0$.

?3. Rút gọn các biểu thức sau

$$a) \frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}} = \frac{(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})}{(x + \sqrt{3})} = x - \sqrt{3}$$

$$b) \frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} \text{ với } a \geq 0, a \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} &= \frac{1 - \sqrt{a^3}}{1 - \sqrt{a}} \\ &= \frac{(1 - \sqrt{a})(1 + \sqrt{a} + a)}{1 - \sqrt{a}} \\ &= 1 + \sqrt{a} + a \end{aligned}$$

Hoạt động luyện tập



Tiết 12: Bài 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Bài 59. Rút gọn với $a > 0, b > 0$

a) $5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5a\sqrt{16ab^2} - 2\sqrt{9a} = 5\sqrt{a} - 4b \cdot 5a\sqrt{a} + 5a \cdot 4b\sqrt{a} - 2 \cdot 3\sqrt{a}$
 $= 5\sqrt{a} - 4b \cdot 5a\sqrt{a} + 5a \cdot 4b\sqrt{a} - 2 \cdot 3\sqrt{a}$
 $= 5\sqrt{a} - 20ab\sqrt{a} + 20ab\sqrt{a} - 6\sqrt{a}$
 $= -\sqrt{a}$

Hướng dẫn câu a:

$$\begin{aligned} 4b\sqrt{25a^3} &= 4b \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{a^2 \cdot a} \\ &= 4b \cdot 5 \cdot |a| \sqrt{a} \\ &= 20ab\sqrt{a} \end{aligned}$$

b) $5a\sqrt{64ab^3} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{12a^3b^3} + 2ab\sqrt{9ab} - 5b\sqrt{81a^3b} =$

Hướng dẫn câu b:

$$\begin{aligned} 5a\sqrt{64ab} &= 5a \cdot \sqrt{64} \cdot \sqrt{ab} \\ &= 5a \cdot 8 \cdot \sqrt{ab} \\ &= 40a\sqrt{ab} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 5a \cdot 8b\sqrt{ab} - \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}ab\sqrt{ab} + 2ab \cdot 3\sqrt{ab} - 5b \cdot 9a\sqrt{ab} \\ &= 40ab\sqrt{ab} - 6ab\sqrt{ab} + 6ab\sqrt{ab} - 45ab\sqrt{ab} \\ &= -5ab\sqrt{ab} \end{aligned}$$

Tiết 12: Bài 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

4. Bài 60. Trang 33 SGK

Cho biểu thức $B = \sqrt{16x + 16} - \sqrt{9x + 9} + \sqrt{4x + 4} + \sqrt{x + 1}$ với $x \geq -1$.

a) Rút gọn biểu thức B

b) Tìm x sao cho B có giá trị là 16

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có } B &= \sqrt{16x + 16} - \sqrt{9x + 9} + \sqrt{4x + 4} + \sqrt{x + 1} \\ &= 4\sqrt{x + 1} - 3\sqrt{x + 1} + 2\sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 1} \\ &= 4\sqrt{x + 1} \end{aligned}$$

$$\text{b) } B = 16 \Leftrightarrow 4\sqrt{x + 1} = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x + 1} = 4$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = 16 \Leftrightarrow x = 15 \quad (\text{thỏa điều kiện } x \geq -1)$$



Hướng dẫn câu a:

$$\begin{aligned} &\sqrt{16x + 16} \\ &= \sqrt{16(x + 1)} \\ &= \sqrt{16} \cdot \sqrt{x + 1} \\ &= 4\sqrt{x + 1} \end{aligned}$$

5. Bài toán thực tế

Thời gian t (tính bằng giây) từ khi một người bắt đầu nhảy bungee trên cao cách mặt nước d (tính bằng m) đến khi chạm mặt nước được cho bởi công thức: $t = \sqrt{\frac{3d}{9,8}}$.

- a) Tìm thời gian một người nhảy bungee từ vị trí cao cách mặt nước 108m đến khi chạm mặt nước?
- b) Nếu một người nhảy bungee từ một vị trí khác đến khi chạm mặt nước là 7 giây. Hãy tìm độ cao của người nhảy bungee so với mặt nước?

Lời giải

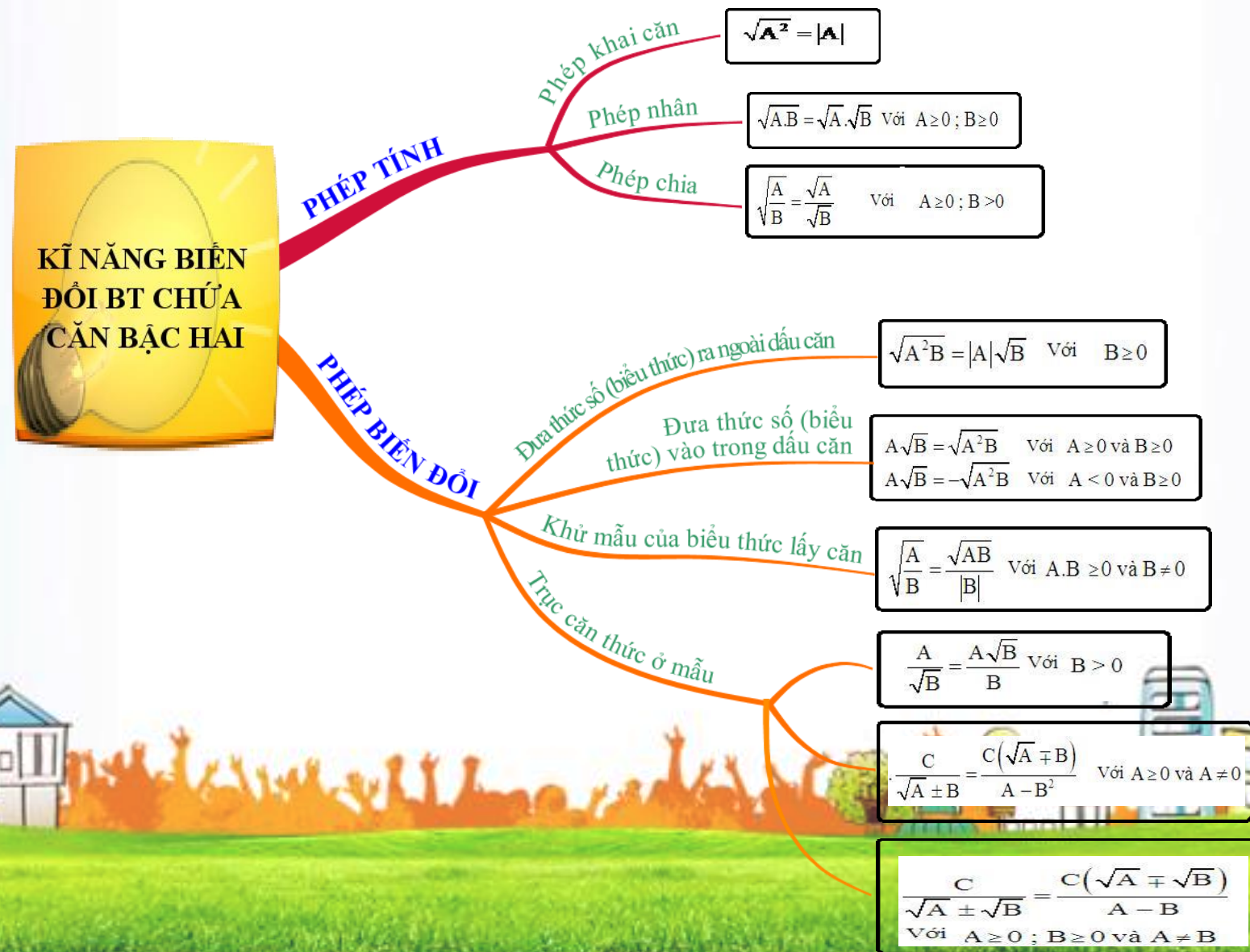
a) Thay $d = 108$ vào $t = \sqrt{\frac{3d}{9,8}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 108}{9,8}} = 5,75$ giây

Vậy thời gian một người nhảy bungee từ độ cao 108m là 5,75 giây

b) Các em về nhà tự giải



Tiết 12: Bài 8: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI



■ NHỮNG KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ

- Các công thức đã nhắc đến trong phần kiểm tra đều được coi là các phép biến đổi biểu thức chứa căn thức bậc hai.
- Các biến đổi căn thức thường gắn với các điều kiện để các căn thức có nghĩa, nên các biến đổi phân thức đi kèm cũng cần chú ý đến điều kiện xác định.
- Để rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai:
 - + Trước hết ta thường thực hiện các phép biến đổi đơn giản các căn thức bậc hai nhằm làm xuất hiện các căn thức bậc hai có cùng một biểu thức dưới dấu căn.
 - + Sau đó thực hiện các phép tính (chú ý ước lượng các căn thức có cùng một biểu thức dưới dấu căn.)
- Bài toán rút gọn có thể có nhiều cách làm khác nhau, nên lựa chọn cách làm ngắn gọn nhất, và kết quả được viết dưới dạng thu gọn nhất.

Hướng dẫn tự học :

- + Bài tập về nhà số 58(c, d), 61, 62, 66 trang 32, 33, 34 SGK
- + Bài số 80,81 tr 15 SBT.
- + Tiết sau luyện tập

Bài tập thêm : Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{a} + 1} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}} \quad \text{Với } a > 0, a \neq 1$$

- Rút gọn biểu thức A
- Với giá trị nào của a thì $A < 0$
- Tìm giá trị a nguyên để biểu thức A nhận giá trị nguyên
- Tính giá trị của biểu thức A khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$

Dạng 1: Rút gọn biểu thức

1. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a). (\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84}$$

$$= (2\sqrt{7} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{4 \cdot 21}$$

$$= (3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})\sqrt{7} + 2\sqrt{21}$$

$$= 3 \cdot 7 - 2\sqrt{21} + 2\sqrt{21}$$

$$= 21$$

$$b). \frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{75} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 3\sqrt{1\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{16 \cdot 3} - 2\sqrt{25 \cdot 3} - \sqrt{\frac{33}{11}} + 3\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} - \sqrt{3} + 3 \cdot 2\sqrt{\frac{1 \cdot 3}{3^2}}$$

$$= 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - \sqrt{3} + \frac{3 \cdot 2}{3}\sqrt{3}$$

$$= (2 - 10 - 1 + 2)\sqrt{3}$$

$$= -7\sqrt{3}$$

3. Chứng minh đẳng thức sau: $\frac{(2 + \sqrt{a})^2 - (1 + \sqrt{a})^2}{2\sqrt{a} + 3} = 1$ với $a > 0$.

$$\begin{aligned} VT &= \frac{(2 + \sqrt{a})^2 - (1 + \sqrt{a})^2}{2\sqrt{a} + 3} \\ &= \frac{(4 + 4\sqrt{a} + a) - (1 + 2\sqrt{a} + a)}{2\sqrt{a} + 3} \\ &= \frac{4 + 4\sqrt{a} + a - 1 - 2\sqrt{a} + a}{2\sqrt{a} + 3} = \frac{2\sqrt{a} + 3}{2\sqrt{a} + 3} = 1 \quad (\text{đpcm}) \end{aligned}$$



3. Chữa bài tập 77(a) SBT. Tìm x biết: $\sqrt{2x+3} = 1 + \sqrt{2}$

Lời giải

Điều kiện: $x \geq -\frac{3}{2}$

$$\sqrt{2x+3} = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow (\sqrt{2x+3})^2 = (1 + \sqrt{2})^2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3 = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{2} \quad (\text{Thỏa điều kiện})$$

Vậy $x = \sqrt{2}$