

**Câu 1 (2,0 điểm).** Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1)  $x^2 + 9 = 6x$

2) 
$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

**Câu 2 (2,0 điểm).**

1) Cho  $a > 0, b > 0, a \neq b$ , rút gọn biểu thức:

$$A = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab} - b} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{ab} - a} \right) : \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}$$

2) Tìm giá trị của  $m$  để ba đường thẳng:  $3x - y = 10$ ,  $2x + 3y = -8$  và  $y = mx + 6$  cùng đi qua một điểm.

**Câu 3 (2,0 điểm).**

1) Hai người cùng làm chung một công việc trong vòng 8 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 1 giờ 30 phút và người thứ hai làm tiếp 3 giờ thì được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng một mình thì mỗi người cần bao nhiêu thời gian để hoàn thành công việc.

2) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số  $y = 2x + m + 5$  ( $m$  là tham số) cắt trục tung tại điểm A, cắt trục hoành tại điểm B sao cho diện tích tam giác AOB bằng 6 (với O là gốc tọa độ).

**Câu 4 (3,0 điểm).**

Cho đường tròn (O) đường kính  $AB = 2R$ . Điểm C nằm giữa hai điểm A và B, vẽ đường tròn (I) đường kính CA và đường tròn (K) đường kính CB. Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại D và E. Đoạn thẳng DA cắt đường tròn (I) tại M, DB cắt đường tròn (K) tại N.

a) Chứng minh rằng: Bốn điểm C, M, D, N cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: MN là tiếp tuyến chung của đường tròn (I) và đường tròn (K).

c) Xác định vị trí điểm C trên đường kính AB sao cho tứ giác CMDN có diện tích lớn nhất.

**Câu 5 (1,0 điểm).** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn:  $x > y$  và  $xy = 2$ . Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức:  $M = \frac{2x^2 - 3xy + 2y^2}{x - y}$ .

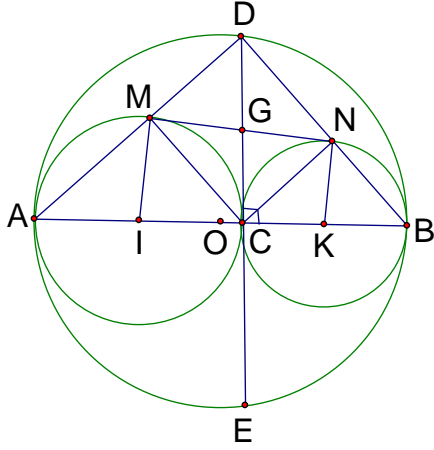
————— Hết —————

Họ tên học sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí giám thị 1: ..... Chữ kí giám thị 2:.....

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (2 điểm)	1) $x^2 + 9 = 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$	0,25
	Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$	0,25
	2) $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 3 \\ 3(-2y - 3) + y = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 3 \\ -6y - 9 + y = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 3 \\ -5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$	0,25
Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$	0,25	
Câu 2 (2 điểm)	1) Với $a > 0, b > 0, a \neq b$ , ta có: $A = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab} - b} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{ab} - a} \right) : \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}$	0,25
	$= \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \right) \cdot \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	0,25
	$= \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \right) \cdot \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	0,25
	$= \frac{a - b}{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \cdot \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	0,25
	$= \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$	0,25
	2) Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng: $3x - y = 10$ , $2x + 3y = -8$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 3y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 10 \\ 2x + 3(3x - 10) = -8 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 10 \\ 2x + 9x - 30 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 10 \\ 11x = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 2 \end{cases}$ Học sinh tìm hoành độ giao điểm sau đó tìm tung độ giao điểm cho điểm tối đa	0,25	

	Ba đường thẳng: $3x - y = 10$ , $2x + 3y = -8$ và $y = mx + 6$ cùng đi qua một điểm khi điểm $(2; -4)$ thuộc đường thẳng $y = mx + 6$ Không có điểm $(2; -4)$ thuộc đường thẳng $y = mx + 6$ Hoặc đường thẳng $y = mx + 6$ đi qua điểm $(2; -4)$ không chấm phần này	0,25
	$\Leftrightarrow -4 = 2m + 6 \Leftrightarrow m = -5$ . Vậy $m = -5$	0,25
<b>Câu 3</b> (2 điểm)	1) Gọi thời gian người thứ nhất làm riêng một mình xong công việc là $x$ (giờ), thời gian người thứ hai làm riêng một mình xong công việc là $y$ (giờ), điều kiện $x > 8$ , $y > 8$ . Trong một giờ: người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc), cả hai người cùng làm chung một công việc trong vòng 8 giờ thì xong nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$ (1) Cả hai người cùng làm chung một công việc trong vòng 8 giờ thay bằng Theo bài ra ta có phương trình cho điểm tối đa	0,25
	Đổi 1 giờ 30 phút = $\frac{3}{2}$ giờ. Do người thứ nhất làm 1 giờ 30 phút và người thứ hai làm tiếp 3 giờ thì được 25% công việc nên ta có phương trình: $\frac{3}{2x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{4}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{3}{2x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$	
	Đặt $a = \frac{1}{x}$ , $b = \frac{1}{y}$ ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + b = \frac{1}{8} \\ \frac{3}{2}a + 3b = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + 8b = 1 \\ 6a + 12b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24a + 24b = 3 \\ 12a + 24b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{12} \\ b = \frac{1}{24} \end{cases}$	0,25
Từ đó suy ra $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 24 \end{cases}$ (Thoả mãn)		
Vậy thời gian người thứ nhất làm riêng một mình xong công việc là 12 (giờ), thời gian người thứ hai làm riêng một mình xong công việc là 24 (giờ) Trong các vấn đề đơn vị, điều kiện, đổi dữ kiện, đổi chiều điều kiện – viết tắt; thiếu 2-3 mục trừ 0,25đ, thiếu 4-5 mục trừ 0,5đ	0,25	

	<p>2) (Không cần vẽ đồ thị) Đồ thị của hàm số <math>y = 2x + m + 5</math> cắt trục tung tại điểm <math>A(0; m+5)</math>; đồ thị của hàm số <math>y = 2x + m + 5</math> cắt trục hoành tại điểm <math>B\left(\frac{-(m+5)}{2}, 0\right)</math>.</p> <p>Sai tọa độ điểm A, điểm B không chấm</p> <p>Khi đó: <math>OA =  m+5 </math>, <math>OB = \left \frac{-(m+5)}{2}\right  = \frac{ m+5 }{2}</math></p> <p>OA ; OB không có dấu GTTĐ không chấm</p>	0,25
	<p>Diện tích tam giác AOB bằng 6 nên:</p> $\frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2}  m+5  \cdot \frac{ m+5 }{2} = 6 \Leftrightarrow (m+5)^2 = 24$ <p>Không có OA; OB ở trên mà thay đúng có dấu GTTĐ cho điểm tối đa</p>	0,25
	$\Leftrightarrow  m+5  = 2\sqrt{6} \Leftrightarrow m+5 = 2\sqrt{6} \text{ hoặc } m+5 = -2\sqrt{6}$	0,25
	$\Leftrightarrow m = 2\sqrt{6} - 5 \text{ hoặc } m = -2\sqrt{6} - 5$	0,25
<p><b>Câu 4</b> (3 điểm)</p>		0,25
	<p>1) Vẽ hình đúng</p> <p>Xét tam giác AMC có MI là trung tuyến và <math>MI = \frac{1}{2}AC</math> nên <math>\Delta AMC</math> vuông tại M <math>\Rightarrow \angle AMC = 90^\circ \Rightarrow \angle DMC = 90^\circ</math></p> <p>Chứng minh góc nội tiếp chắn nửa đường tròn cho điểm tối đa</p> <p>Chứng minh tương tự <math>\Rightarrow \angle BNC = 90^\circ \Rightarrow \angle DNC = 90^\circ</math></p>	0,25
	<p>Chứng minh tương tự <math>\Rightarrow \angle ADB = 90^\circ</math>. Tứ giác CMDN có <math>\angle CMD = \angle ADB = \angle CND = 90^\circ</math> nên CMDN là hình chữ nhật.</p>	0,25
	<p>gọi G là giao điểm của MN và CD ta có MN và CD cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đường (bỏ) suy ra <math>GC = GD = GM = GN \Rightarrow</math> bốn điểm C, M, D, N cùng thuộc một đường tròn tâm G.</p> <p>Tam giác DMC và tam giác DNC thuộc đường tròn đường kính DC <math>\Rightarrow</math> bốn điểm C, M, D, N cùng thuộc một đường tròn tâm G cho điểm tối đa.</p>	0,25
	<p>2) Ta có <math>\Delta IMC</math> cân tại I (<math>IM = IC</math>) <math>\Rightarrow \angle IMC = \angle ICM</math></p> <p>và <math>\Delta GMC</math> cân tại G (<math>GM = GC</math>) <math>\Rightarrow \angle GMC = \angle GCM</math></p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow \angle GMC + \angle IMC = \angle ICM + \angle GCM \Rightarrow \angle IMG = \angle ICG = 90^\circ</math></p> <p><math>\Rightarrow MN</math> là tiếp tuyến của đường tròn (I)</p> <p>Có thể chứng minh <math>\angle IMA + \angle DMG = 90^\circ \Rightarrow \angle IMG = 90^\circ</math></p>	0,25
<p>Ta có <math>\Delta KNC</math> cân tại K (<math>KN = KC</math>) <math>\Rightarrow \angle KNC = \angle KCN</math></p>	0,25	

	và $\Delta GNC$ cân tại $G$ ( $GN = GC$ ) $\Rightarrow GNC = GCN$	
	$\Rightarrow GNC + KNC = KCN + GCN \Rightarrow GNC = GCK = 90^\circ$ $\Rightarrow MN$ là tiếp tuyến của đường tròn ( $K$ ) $\Rightarrow MN$ là tiếp tuyến chung của hai đường tròn ( $I$ ) và ( $K$ )	0,25
	3) Xét $\Delta ACD$ vuông tại $C$ nên $AD \cdot MD = CD^2 \Rightarrow MD = \frac{CD^2}{AD}$ Xét $\Delta BCD$ vuông tại $C$ nên $BD \cdot ND = CD^2 \Rightarrow ND = \frac{CD^2}{BD}$	0,25
	Xét $\Delta ABD$ vuông tại $D$ nên $AD \cdot BD = AB \cdot CD$ $\Rightarrow S_{C_{MND}} = MD \cdot ND = \frac{CD^2}{AD} \cdot \frac{CD^2}{BD} = \frac{CD^4}{AD \cdot BD} = \frac{CD^4}{AB \cdot CD} = \frac{CD^3}{AB}$	0,25
	Mặt khác: $CD \leq R$ , $AB = 2R$ suy ra $\Rightarrow S_{C_{MND}} \leq \frac{R^3}{2R} = \frac{R^2}{2}$	0,25
	Tứ giác $CMDN$ có diện tích lớn nhất bằng $\frac{R^2}{2}$ khi $CD = R$ $\Leftrightarrow C$ trùng với $O$ .	0,25
<b>Câu 5</b> (1 điểm)	Nhận xét: Cho hai số dương $a, b$ ta có $a + b - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab}$ , đẳng thức xảy ra khi $a = b$ (Vấn cho điểm nếu học sinh sử dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số $a, b > 0$ )	0,25
	$M = \frac{2x^2 - 3xy + 2y^2}{x - y} = \frac{2(x - y)^2 + xy}{x - y}$ . Do $x > y$ và $xy = 2$ nên $M = 2 \left( (x - y) + \frac{1}{x - y} \right) \geq 4 \sqrt{(x - y) \frac{1}{x - y}} = 4$	0,25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} xy = 2 \\ x - y = \frac{1}{x - y} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ y^2 + y - 2 = 0 \end{cases} \\ x > y \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1, x = 2 \\ y = -2, x = 1 \end{cases}$ . Kết luận: Min $A = 4$ khi $\begin{cases} x = 2, y = 1 \\ x = 1, y = -2 \end{cases}$	0,25

**Chú ý:** - Giáo viên có thể chia nhỏ biểu điểm;

- Học sinh làm cách khác, đúng vẫn chấm điểm tối đa.