PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN LONG BIÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
NĂM HỌC 2020-2021
Môn: Toán
Ngày khảo sát 21/5/2021
Thời gian làm bài: 120 phút
(*không kể thời gian giao đề*)

Câu 1: ***(2,0 điểm).***

Cho biểu thức $P=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+2}-1}$ và $Q=\left(\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{6x}{x-4}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ với $x>0,\ x\neq 4.$

1) Tính giá trị của biểu thức P tại $x=23$.
2) Chứng minh $Q=3$.
3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P=Q$.

Câu 2: ***(2,0 điểm).***

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình:*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 224 m^2. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

2) Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 5cm, chiều cao là 15cm. Hãy tính diện tích toàn phần của hình trụ(lấy $\pi\approx 3,14$).

Câu 3: ***(2,0 điểm).***

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x-2|y|=-1\\ x+3|y|=7\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=2x-m+1$ và parabol $(P): y=x^2$. Tìm tất cả giá trị của *m* để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1^3+x_2^3+x_1^2x_2^2=35$.

Câu 4: ***(3,5 điểm).***

Cho nửa đường tròn *(O)*, đường kính *AB=2R*. Gọi *C* là điểm cố định thuộc đoạn thẳng *OB* (*C* khác *O* và *B*). Dựng đường thẳng *d* vuông góc với *AB* tại điểm *C*, cắt nửa đường tròn *(O)* tại điểm *M*. Trên cung nhỏ *MB* lấy điểm *N* bất kỳ (*N* khác *M* và *B*), tia *AN* cắt đường thẳng *d* tại điểm *F*, tia *BN* cắt đường thẳng *d* tại điểm *E*. Đường thẳng *AE* cắt nửa đường tròn *(O)* tại điểm *D* (*D* khác *A*).

1) Chứng minh bốn điểm *B, C, D, E* cùng thuộc một đường tròn.
2) Chứng minh ba điểm *B, F, D* thẳng hàng và $AF.AN+BF.BD=4R^2$.
3) Gọi *I* là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *AEF*. Chứng minh rằng điểm *I* luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm *N* thay đổi trên cung nhỏ *MB*(*N* khác *M* và *B*).

Câu 5:***(0,5 điểm).***

Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases}a\geq b\geq c\\ a+b+c=3\end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{a}{c}+\dfrac{c}{b}+3b$.

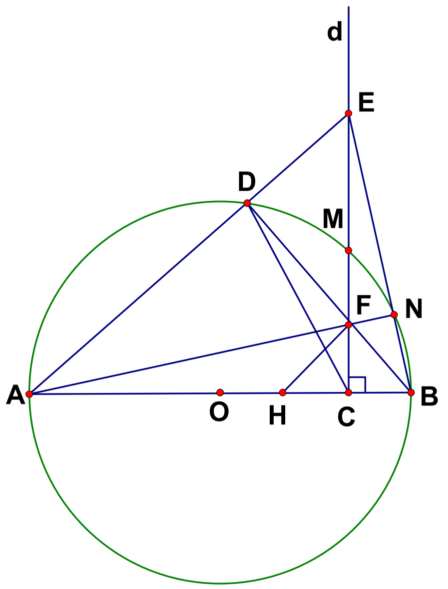
----------- Hết -----------

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
QUẬN LONG BIÊN

HƯỚNG DẪN CHẤM
Năm học 2020-2021
Môn thi : Toán

Câu	ý	Nội dung trình bày	Điểm
1	1	**Tính giá trị của biểu thức** P **tại** $x = 23$**.**	**0,5 đ**
		Thay $x = 23$ (TMĐK) vào biểu thức P ta được: $P = \dfrac{23+1}{\sqrt{23+2}-1} = \dfrac{24}{4} = 6$	0,5đ
	2	**Chứng minh** $Q = 3$	**0,75đ**
		$Q = \left(\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \dfrac{6x}{x-4}\right) : \dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ $Q = \left[\dfrac{3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} - \dfrac{6x}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}\right] : \dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$	0,25đ
		$Q = \dfrac{-3x-6\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} : \dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ $Q = \dfrac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} . \dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$	0,25đ
		$Q = 3$ (đpcm)	0,25đ
	3	**Tìm x để** $P = Q$**.**	**0,75đ**
		$\dfrac{x+1}{\sqrt{x+2}-1} = 3$ với $x > 0,\ x \neq 4.$	
		$\Leftrightarrow \dfrac{\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+2}+1\right)}{\left(\sqrt{x+2}-1\right)\left(\sqrt{x+2}+1\right)} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+2}+1\right)}{\left(x+2\right)-1} = 3$	0,25đ
		$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}+1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 2$	0,25đ
		$\Leftrightarrow x+2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ (t/m). Vậy $x = 2$ thì P=Q.	0,25đ
2	**1**	**Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 224 m^2. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.**	**1,5đ**
		Gọi chiều dài của mảnh vườn là x (m). ĐK: x > 1. Chiều rộng của mảnh vườn là: $\dfrac{224}{x}$ (m).	0,25đ
		Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn có: - Chiều dài là x – 1 (m). - Chiều rộng là $\dfrac{224}{x}+1$ (m).	0,25đ

		Vì mảnh vườn trở thành hình vuông nên ta có phương trình: $\frac{224}{x}+1=x-1$	0,25đ
		$\Rightarrow 224 + x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 224 = 0$	0,25đ
		$\Leftrightarrow (x-16)(x+14)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=16 \text{ (thoả mãn)} \\ x=-14 \text{ (loại)} \end{array}\right.$	0,25đ
		Vậy mảnh vườn có chiều dài là 16m, chiều rộng là $224:16=14$m.	0,25đ
	2	**Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 5cm, chiều cao là 15cm. Hãy tính diện tích toàn phần của hình trụ(lấy $\pi \approx 3,14$)**	**0,5 đ**
		Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2$	0,25đ
		$S_{tp} = 2\pi 5.15 + 2\pi 5^2 = 200\pi$ (cm²) ≈ 628 (cm²)	0,25đ
3	1	**Giải hệ phương trình:** $\begin{cases} 3x-2\lvert y\rvert=-1 \\ x+3\lvert y\rvert=7. \end{cases}$	**1,0 đ**
		Ta có: $\begin{cases} 3x-2\lvert y\rvert=-1 \\ x+3\lvert y\rvert=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2\lvert y\rvert=-1 \\ 3x+9\lvert y\rvert=21 \end{cases}$	0,25đ
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 11\lvert y\rvert=22 \\ x+3\lvert y\rvert=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lvert y\rvert=2 \\ x+6=7 \end{cases}$	0,25đ
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \lvert y\rvert=2 \\ x=1. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-2 \\ x=1 \end{cases} \end{array}\right.$	0,25đ
		Vậy hệ phương trình có các nghiệm $(x;y)$ là: $(1;2),(1;-2)$.	0,25đ
	2	**Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=2x-m+1$ và parabol $(P): y=x^2$. Tìm tất cả giá trị của *m* để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1^3+x_2^3+x_1^2x_2^2=35$.**	**1,0 đ**
		- Ta có PT hoành độ giao điểm: $x^2-2x+m-1=0$ (*) Pt (*) có $a=1\neq 0$ suy ra pt (*) là pt bậc hai. Ta có: $\Delta'=1-(m-1)=1-m+1=2-m$ ĐK để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1;x_2$ là : $\Delta'>0 \Leftrightarrow 2-m>0 \Leftrightarrow m<2$. Áp dụng hệ thức Viét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2 \quad (1) \\ x_1x_2=m-1 \quad (2) \end{cases}$	0,25đ 0,25đ
		Theo bài cho: $x_1^3+x_2^3+x_1^2x_2^2=35$	

		$\Leftrightarrow x_1^3+x_2^3+x_1^2x_2^2=35 \Leftrightarrow (x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right]+x_1^2x_2^2=35$ (3).	
		Thay (1), (2) vào (3) ta được: $2.\left[2^2-3(m-1)\right]+(m-1)^2=35 \Leftrightarrow m^2-8m-20=0 \Leftrightarrow (m+2)(m-10)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=10 \end{array}\right.$	0,25đ
		Kết hợp với ĐK: $m<2$ suy ra $m=-2(t/m)$	0,25đ
4			**0,25đ**
	1	**Chứng minh bốn điểm *B, C, D, E* cùng thuộc một đường tròn.**	**0,75đ**
		Xét (O) có: $\widehat{ADB}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)$\Rightarrow \widehat{BDE}=90^0$	0,25đ
		Do $CE\perp AB$ tại C$\Rightarrow \widehat{BCE}=90^0$.	0,25đ
		$\Rightarrow \widehat{BDE}=\widehat{BCE}=90^0 \Rightarrow$ bốn điểm $B,\ C,\ D,\ E$ cùng thuộc đường tròn đường đường kính BE.	0,25đ
	2	**Chứng minh ba điểm *B, F, D* thẳng hàng.**	**1,0đ**
		Xét ΔABE có: EC vuông góc với AB $\Rightarrow$CE là đường cao AN vuông góc với BE$\Rightarrow$AN là đường cao. Mà CE cắt AN tại F. Suy ra: F là trực tâm$\Rightarrow$BF vuông góc với AE(t/c trực tâm)(1)	0,25đ 0,25đ
		Xét (O) có: $\widehat{ADB}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow$BD vuông góc với AE(2)	0,25đ
		Từ (1) và (2) suy ra BF, BD trùng nhau hay B, F, D thẳng hàng.	0,25đ
		Chứng minh $AF.AN+BF.BD=4R^2$	**1,0đ**
		Xét ΔACF và ΔANB có: $\widehat{ACF}=\widehat{ANB}=90^0$ $\widehat{CAF}$ chung Suy ra ΔACF đồng dạng với ΔANB (g.g)	

		$\Rightarrow \dfrac{AF}{AB}=\dfrac{AC}{AN}\Rightarrow AF.AN=AC.AB$ (3)	0,25đ
		Xét ΔBCF và ΔBDA có: $\widehat{BCF}=\widehat{BDA}=90^0$ $\widehat{CBF}$ chung Suy ra ΔBCF đồng dạng với ΔBDA (g.g) $\Rightarrow \dfrac{BC}{BD}=\dfrac{BF}{AB}\Rightarrow BF.BD=BC.AB$ (4)	0,25đ
		Từ (3) và (4) suy ra: $AF.AN+BF.BD=AC.AB+BC.AB=AB(AC+BC)=AB.AB=AB^2$	0,25đ
		Mà $AB=2R$ (gt) $\Rightarrow AF.AN+BF.BD=4R^2$	0,25đ
	3	**Gọi *I* là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *AEF*. Chứng minh rằng điểm *I* luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm *N* thay đổi trên cung nhỏ *MB*(*N* khác *M* và *B*).**	**0,5đ**
		Gọi điểm H đối xứng với điểm B qua C. Do B và C cố định nên H cố định.	
		Khi đó: ΔFBH cân tại F (vì có FC vừa là đường cao, vừa là trung tuyến) $\Rightarrow \widehat{FHB}=\widehat{FBH}$	
		Mà $\widehat{FBH}=\widehat{AEC}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCDE) $\Rightarrow \widehat{FHB}=\widehat{AEC}$ hay $\widehat{FHB}=\widehat{AEF}$ $\Rightarrow$ AEFH là tứ giác nội tiếp (Theo dấu hiệu nhận biết)	0,25đ
		$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF đi qua hai điểm A, H cố định. $\Rightarrow$ Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AH cố định.	0,25đ
5		**Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} a\ge b\ge c \\ a+b+c=3 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{a}{c}+\dfrac{c}{b}+3b$.**	**0,5 đ**
		Ta có: $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\ge 0$ với mọi $x\ge 0, y\ge 0$. $\Leftrightarrow x+y\ge 2\sqrt{xy}$ (*) với mọi $x\ge 0, y\ge 0$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=y$. Áp dụng BĐT (*) ta có: +/ $\dfrac{a}{c}+ac\ge 2a\Leftrightarrow \dfrac{a}{c}\ge 2a-ac$ +/ $\dfrac{c}{b}+bc\ge 2c\Leftrightarrow \dfrac{c}{b}\ge 2c-bc$ $\Rightarrow P=\dfrac{a}{c}+\dfrac{c}{b}+3b\ge 2a-ac+2c-bc+3b$	

		$P \ge 2(a+c) - ac - bc + b(a+b+c)$ do $3 = a+b+c$. $P \ge 2(3-b) + b^2 + a(b-c)$ $P \ge (b-1)^2 + a(b-c) + 5 \ge 5$. Vì $\begin{cases} a(b-c) \ge 0 \\ (b-1)^2 \ge 0 \end{cases}$ với $a \ge b \ge c > 0$.	0,25đ
		Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 5 khi và chỉ khi: $a = b = c = 1$	0,25đ

Chú ý:

- *Tổ giám khảo thống nhất để chia nhỏ điểm thành phần nhưng không được thay đổi tổng điểm .*
- *Học sinh làm cách khác mà vẫn đúng thì vẫn cho điểm tối đa.*